На правах рукописи

Богульская Нина Александровна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ В ПОДВИЖНЫХ СОСУДАХ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2011

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Носков Михаил Валерианович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Белолипецкий Виктор Михайлович

доктор физико-математических наук, профессор Волчков Юрий Матвеевич

Ведущая организация: Сибирский государственный аэрокосмический университет им. ак. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск

Защита диссертации состоится «20» мая 2011 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета ДМ 212.099.06 при ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660074, г. Красноярск, ул. Киренского, 26, ауд. УЛК 115.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Сибирского федерального университета.

Автореферат разослан «___» апреля 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Р.Ю. Царев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследований

Задачи моделирования поведения сыпучих сред возникают в различных областях науки и техники. Это движение семян в высевающих устройствах сельскохозяйственных машин, движение гранулированных сред в горно-перерабатывающей промышленности и др. Создание моделей, описывающих движение сыпучей среды, является одной из самых сложных и наименее разработанных проблем в области механики сплошных сред. Существует ряд подходов, моделирующих движение сыпучей среды. Достаточно активно они развиваются в настоящее время. В настоящей работе предлагается имитационный подход к моделированию сыпучих сред, при котором отслеживаются параметры движения отдельных гранул, их упругое взаимодействие друг с другом и со стенками сосуда и выполняется визуализация процесса.

Имитационное моделирование является одним из эффективных подходов к исследованию динамических систем. Оно даёт возможность проводить вычислительные эксперименты с ещё только проектируемыми и изучать существующие системы, многочисленные натурные эксперименты с которыми, из-за соображений больших затрат или безопасности, не целесообразны. Имитационное моделирование применяется в самых различных областях. Широкое использование имитационного моделирования стало возможным на определенном этапе развития информационных технологий. Здесь имеются в виду не только современные компьютеры, но и современные инструменты программирования.

При создании имитационной модели сыпучей среды возникает ряд проблем, связанных с большой размерностью задачи. Необходимо предложить эффективный устойчивый алгоритм для пересчета параметров движения гранул, синхронизировать процессы пересчета и визуализации. Поэтому актуальны исследования, связанные с созданием адекватной модели и комплекса алгоритмов и программ, реализующих имитационную модель поведения сыпучей среды.

Исследования были поддержаны грантом РФФИ №06-08-00920-а.

Объект исследования

Объектом исследования является модель гранулированной среды в вибрирующих сосудах, которая рассматривает каждую гранулу как абсолютно твердое тело, окруженное достаточно тонкой упругой оболочкой. Строится математическая модель поведения сыпучей среды, которая является основой созданной имитационной модели.

Цель и задачи исследования

Цель диссертационной работы – имитационное моделирование динамической системы – гранулированной среды в подвижных сосудах.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

– построение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие гранул сыпучей среды между собой и со стенками сосуда;

– выбор эффективного устойчивого и энергетически согласованного алгоритма расчета параметров движения гранул для последовательного пересчета по времени;

– создание и тестирование комплекса программ, реализующих имитационную модель поведения сыпучей среды в подвижных сосудах;

– распараллеливание вычислений в программах для повышения эффективности созданной имитационной модели;

– применение созданной имитационной модели для решения практических задач совершенствования конструкции вибрационного высевающего аппарата и оптимизации параметров вибрационного устройства.

Методы исследования

Применена технология имитационного моделирования, включающая следующие этапы:

– построение динамической модели в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений;

– создание компьютерной модели в виде программного комплекса;

– проведение расчетов, определение характеристик системы;

– определение способов корректировки характеристик системы.

На защиту выносится:

1. Математическая модель поведения гранулированной среды в подвижных сосудах в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие гранул между собой и со стенками вибрирующего сосуда.

2. Эффективный устойчивый численный алгоритм пересчета параметров гранул на достаточно длительном промежутке времени.

3. Комплекс программ, описывающий поведение динамической системы, реализованный в Delphi.

Научная новизна

Построена математическая модель поведения неоднородной гранулированной среды с различными физико-механическими свойствами частиц в вибрирующих сосудах, которая позволяет оптимизировать режим работы моделируемого устройства. Оптимизация режима основана на использовании триботехнических свойств частиц.

Разработан комплекс программ, основанный на энергетически согласованном устойчивом численном алгоритме, допускающем эффективное распараллеливание.

Достоверность

Результаты компьютерного моделирования подтверждают натурные эксперименты на стендах в лаборатории Красноярского государственного аграрного университета и с опытным образцом в полевых условиях, проведенные совместно с сотрудниками Красноярского государственного аграрного университета. Созданная модель позволяет имитировать движение сыпучей среды на длительном временном интервале, что подтверждает устойчивость численного алгоритма. Результаты оптимизации режима вибрации (частота – 14 Гц, амплитуда – 0,004 м) также согласуются с результатами натурных экспериментов.

Теоретическая ценность

Теоретическая ценность заключается в том, что предложена математическая модель поведения гранулированной среды в вибрирующих сосудах, в основе которой заложено упругое взаимодействие частиц и на ее основе создан комплекс программ в Delphi, использующий эффективный устойчивый численный алгоритм, допускающий распараллеливание.

Практическая значимость

Создан комплекс программ, реализующий метод дискретных элементов для изучения поведения гранулированной среды с различными свойствами в вибрирующих сосудах, который может быть использован при проведении исследовательских работ в различных областях, связанных с сыпучими средами.

Апробация работы

Основные результаты работы обсуждались на конференциях: XXVII Российская школа по проблемам науки и технологий (Миасс, 2007 г.), Седьмая межрегиональная школа-семинар «Распределенные и кластерные вычисления», Красноярск, 2010 г.); на совместном расширенном семинаре кафедр «Сопротивление материалов и теоретической механики» и «Детали машин» Красноярского государственного аграрного университета, на семинаре лаборатории механики композитов Института гидродинамики имени академика М.А. Лаврентьева СО РАН.

Пакет прикладных программ «Имитационная модель поведения сыпучей среды» использовался в Красноярском государственном аграрном университете при выполнении работ по улучшению параметров вибрационных высевающих аппаратов. По результатам разработок оформлен патент [13].

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 13 печатных работ, из них 4 – в изданиях, рекомендованных ВАК.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и библиографического списка. Общий объем диссертации – 118 страниц. Список литературы включает 53 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении кратко описан объект исследования, сформулирована и обоснована цель исследований, выделены задачи. Обоснована актуальность исследований, область применения и значимость результатов, их теоретическая и практическая ценность. Приведен обзор значимых результатов в этой области.

В первой главе изложен один из возможных подходов к построению математической модели поведения сыпучей среды в вибрирующем сосуде.

В связи с тем, что при колебаниях сосуда с сыпучей средой значительно снижается сцепление между отдельными частицами, процесс их движения с большой долей достоверности можно описать в рамках модели потенциального (безвихревого) течения несжимаемой жидкости.

Построенные на основе модели потенциального (безвихревого) течения идеальной (или вязкой с силами сопротивления пропорциональными скоростям) жидкости решения позволяют получить достаточно полезную информацию о поведении рассматриваемой среды. Для горизонтально колеблющегося сосуда удается установить форму свободной поверхности и сделать вывод, что в области, где отклонение этой поверхности от невозмущенной минимально, можно ожидать равномерности давления на дно и, следовательно, равномерности выпадения гранул в отверстия дна. Учет вертикальных колебаний позволяет оценить диапазон геометрических и физических параметров задачи, при которых движение будет устойчивым и будут отсутствовать «всплески» материала на поверхности.

И, тем не менее, решение, полученное в рамках гидродинамической модели, нельзя признать полно решающим задачу.

Во-первых, хотелось бы знать течение среды не на свободной поверхности, а непосредственно в придонном слое, в котором расположены отверстия.

Во-вторых, истечение из этих отверстий, очевидно, меняет картину движения.

Существенным в задаче является и истечение гранул из неподвижного бункера в подвижный лоток. В рамках гидродинамической модели эта задача чрезвычайно сложна.

И, наконец, существенным при движении сыпучей среды является то, что в среде возникают зоны разрыхления и уплотнения, поэтому ее в принципе нельзя рассматривать как однородную.

Все это приводит к необходимости построения дискретной модели сыпучей среды, описывающей взаимодействие отдельных частиц между собой, со стенками и дном сосуда и бункера и т.д.

Далее в работе сделана попытка построить такую модель, где взаимодействие частиц между собой считается упругим и учитывается трение.

Во второй главе описывается построение математической модели поведения сыпучей среды в вибрирующих сосудах, основанной на представлении гранул в виде абсолютно твердых тел, окруженных достаточно тонкой упругой оболочкой.

Записывается закон Ньютона для *i*-го элемента сыпучей среды в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i, \\ \dot{u}_i = F_x - \mu\, u_i. \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \dot{y}_i = \mathrm{v}_i, \\ \dot{\mathrm{v}}_i = F_y - \mu\, \mathrm{v}_i. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь F_x и F_y – действующие на *i*-й элемент суммарные силы в направлениях *x* и *y*, u_i, v_i – компоненты скорости центра масс в направлениях *x* и *y* соответственно, а диссипативные (вязкие) члены μu_i и μv_i, где μ>0 – коэффициент вязкости, введены искусственным образом для повышения устойчивости решения. Непосредственно при численном эксперименте значение вязкости μ выбирается чисто эмпирически, и таким образом, чтобы обеспечивалась устойчивость, но значение μ было бы, по возможности, минимальным.

На каждом шаге по времени Δt, на первой стадии высчитываются промежуточные величины на шаге $\Delta t / 2$. По методу Эйлера

$$
\begin{aligned}
\tilde{x}_i^{n+1} &= \tilde{x}_i^n + \frac{\Delta t}{2} u_i^n, \\
\tilde{u}_i^{n+1} &= \tilde{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2}(F_x^n - \mu\, u_i^n), \\
\tilde{y}_i^{n+1} &= \tilde{y}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathrm{v}_i^n, \\
\tilde{\mathrm{v}}_i^{n+1} &= \tilde{\mathrm{v}}_i^n + \frac{\Delta t}{2}(F_y^n - \mu\, \mathrm{v}_i^n), .
\end{aligned}
\tag{3}
$$

На второй стадии совершается переход на следующий шаг по времени Δt:

$$
\begin{aligned}
x_i^{n+1} &= x_i^n + \Delta t\, \tilde{u}_i^{n+\frac{1}{2}}, \\
u_i^{n+1} &= u_i^n + \Delta t(\tilde{F}_x^{n+\frac{1}{2}} - \mu\, \tilde{u}_i^{n+\frac{1}{2}}), \\
y_i^{n+1} &= y_i^n + \Delta t\, \tilde{\mathrm{v}}_i^{n+\frac{1}{2}}, \\
\mathrm{v}_i^{n+1} &= \mathrm{v}_i^n + \Delta t(\tilde{F}_y^{n+\frac{1}{2}} - \mu\, \tilde{\mathrm{v}}_i^{n+\frac{1}{2}}).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Здесь $\tilde{F}_x^{n+\frac{1}{2}}$ и $\tilde{F}_y^{n+\frac{1}{2}}$ – силы, вычисленные для значений $\tilde{x}_i^{n+\frac{1}{2}}$ и $\tilde{y}_i^{n+\frac{1}{2}}$.

Начальные условия выбираются произвольно. Проще всего взять ровные вертикальные «столбцы» из элементов, где верхний ряд «вдавлен» во второй на величину ε, второй в третий – на 2ε и т.д.. Это дает возможность легко вычислить вертикальные координаты гранул в начальный момент времени. Если лоток неподвижен, такая система теоретически должна находиться в равновесии все время, и это является одним из самых серьезных тестов устойчивости численного решения динамической задачи.

Когда лоток приходит в движение, элементы среды за несколько шагов по времени принимают «плотную упаковку», обеспечивающую минимум потенциальной энергии системы.

Учет сил трения в рассматриваемой задаче является наиболее сложным вопросом в моделировании процесса движения гранулированной среды. Ясно, что нужно различать «сухое» трение, когда движение соседних частиц и стенок сосуда происходит без проскальзывания, и трение скольжения (максимально возможное), возникающее при «проскальзывании» соседних элементов.

Считаем, что между элементами в процессе движения возникает сила трения, пропорциональная силе упругого сдавливания и направленная против относительной скорости движения точки контакта.

Рассмотрим два «соседних» элемента с номерами «*i*» и «*j*» (рис. 1), расстояние между центрами которых не больше суммы их радиусов.

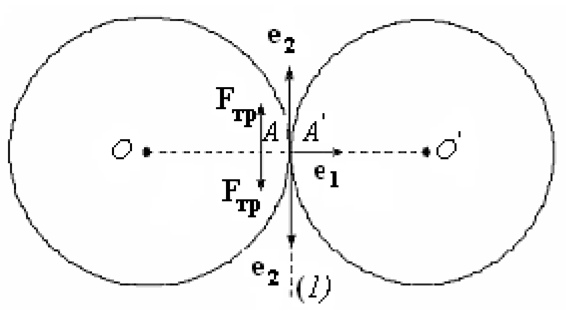

Рисунок 1– Схема взаимодействия двух элементов с учетом сил трения

Сила давления элемента «*j*» на элемент «*i*» равна

$$F_{i\,j} = (d - R_{i\,j})\frac{mg}{2\varepsilon},$$

и направлена против вектора $\vec{e}_1$. Возникающая при этом сила трения $F_{i\,j}^{тр}$ равна

$$F_{i\,j}^{тр} = \nu F_{i\,j},$$

где ν – коэффициент трения скольжения, и направлена либо в направлении вектора $\vec{e}_2$, либо в противоположном, в зависимости от проекций скоростей точек A и A' (рис. 1) на линию (1), идущую вдоль вектора $-\vec{e}_2$.

Для точки A', принадлежащей кругу «*j*»

$$\vec{\mathrm{v}}_A = \vec{\mathrm{v}}_i + \vec{\omega}_i \cdot \overrightarrow{OA} = (u_i, \mathrm{v}_i) + \omega_i \cdot \overrightarrow{OA}.$$

Для точки A, принадлежащей элементу «*i*»

$$\vec{\mathrm{v}}_A = \vec{\mathrm{v}}_j + \vec{\omega}_j \cdot \overrightarrow{O'A} = (u_j, \mathrm{v}_j) + \omega_j \cdot \overrightarrow{O'A}.$$

Обозначим направляющие косинусы вектора $\vec{e}_1$

$$e_x = \frac{x_j - x_i}{R_{i\,j}}, \quad e_y = \frac{y_j - y_i}{R_{i\,j}}.$$

Тогда $-\vec{e}_2 = (e_y, -e_x)$.

Проекция скоростей точек A и A' есть их скалярное произведение на вектор $-\vec{e}_2$:

$$Пр\,\vec{\mathrm{v}}_A\Big|_{(1)} = (u_i, \mathrm{v}_i)(e_y, -e_x) + \omega_i R = u_i e_y - \mathrm{v}_i e_x + \omega_i r,$$
$$Пр\,\vec{\mathrm{v}}_{A'}\Big|_{(1)} = (u_j, \mathrm{v}_j)(e_y, -e_x) + \omega_j R = u_j e_y - \mathrm{v}_j e_x + \omega_j r.$$

Здесь ω_i и ω_j – угловые скорости вращения *i*-го и *j*-го элементов, *r* – радиус частиц. Относительная скорость вдоль линии (1) (рис.1)

$$W = Пр\,\vec{v}_A\Big|_{(1)} - Пр\,\vec{v}_{A'}\Big|_{(1)} = (u_i - u_j)e_y - (\mathrm{v}_i - \mathrm{v}_j)e_x + (\omega_i - \omega_j)r. \qquad (5)$$

С точки зрения программирования, удобнее всего ввести величину $(in)_{i\,j}$, которая принимает значения $(in)_{i\,j} = 1$, если $\omega < 0$ и $(in)_{i\,j} = -1$ если $\omega > 0$.

В этом случае к силам необходимо добавить соответствующие компоненты сил трения

$$\begin{aligned} F_x^{i\,j} &= f_x^{i\,j} + F_{i\,j}^{mp} e_y (in)_{i\,j}, \\ F_y^{i\,j} &= f_y^{i\,j} - F_{i\,j}^{mp} e_y (in)_{i\,j}, \\ M_i &= -M_i^0 \cdot (in)_{i\,j}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Взаимодействие с дном и боковыми стенками также записывается подобным образом: если $(0 < y_i < 2)$, то $(in)_i = 1$ если $(\mathrm{v}_N - u_j - \omega_j r) < 0$ и $(in)_i = -1$, если $(\mathrm{v}_N - u_j - \omega_j r) > 0$. Здесь $\mathrm{v}_N = \dot{G}l(t)$ – скорость движения дна лотка.

После этого

$$\begin{aligned} F_x^{i\,j} &= f_x^{i\,j} + F_{mp}(in)_i, \\ F_y^{i\,j} &= f_x^{i\,j}, \\ M_i &= -M_i^0 \cdot (in)_i. \end{aligned} \qquad (7)$$

Учет трения обязательно приводит к учету вращения элемента, поэтому в уравнениях необходимо вычислять еще и момент. Здесь $M_i^0 = F_{i\,j}^{mp} \cdot r$, если элемент «проникает» в левую границу

$$(in)_i = \begin{cases} 1,\ если\ \mathrm{v}_i - \omega_i r < 0, \\ -1,\ если\ \mathrm{v}_i - \omega_i r > 0. \end{cases}$$

Тогда

$$F_x^{i\,j} = f_x^{i\,j} + F\partial,$$
$$F_y^{i\,j} = f_y^{i\,j} + F_{i\,j}^{mp}(in)_i,$$
$$M_i = -M_i^0 \cdot (in)_i..$$

Для случая правой границы:

$$(in)_i = \begin{cases} 1,\ если\ \mathrm{v}_i - \omega_i r < 0, \\ -1,\ если\ \mathrm{v}_i - \omega_i r > 0. \end{cases}$$

$$F_x^{i\,j} = f_x^{i\,j} + F\partial,$$
$$F_y^{i\,j} = f_y^{i\,j} + F_{i\,j}^{mp}(in)_i,$$
$$M_i = -M_i^0 \cdot (in)_i..$$

После того, как суммарные (с учетом трения) силы подсчитаны, численное решение уравнений проводится описанным методом (3), (4). Однако размерность системы возрастает, необходимо интегрировать уравнение, описывающее вращение элемента под номером *i* вокруг оси, проходящей через центр тяжести:

$$J\dot{\omega}_i = M_i. \tag{8}$$

В третьей главе описан разработанный комплекс алгоритмов и программ, реализующий имитационную модель динамической системы.

Комплекс реализован на языке Object Pascal в среде Delphi.

Комплекс программ включает в себя набор программ для решения нескольких частных задач, использующих модель сыпучей среды. Сначала описываются процедуры, являющиеся общими для различных задач.

Процедура CILA (рис. 2) предназначена для расчета значений составляющих сил, действующих на каждую частицу в определенный момент времени.

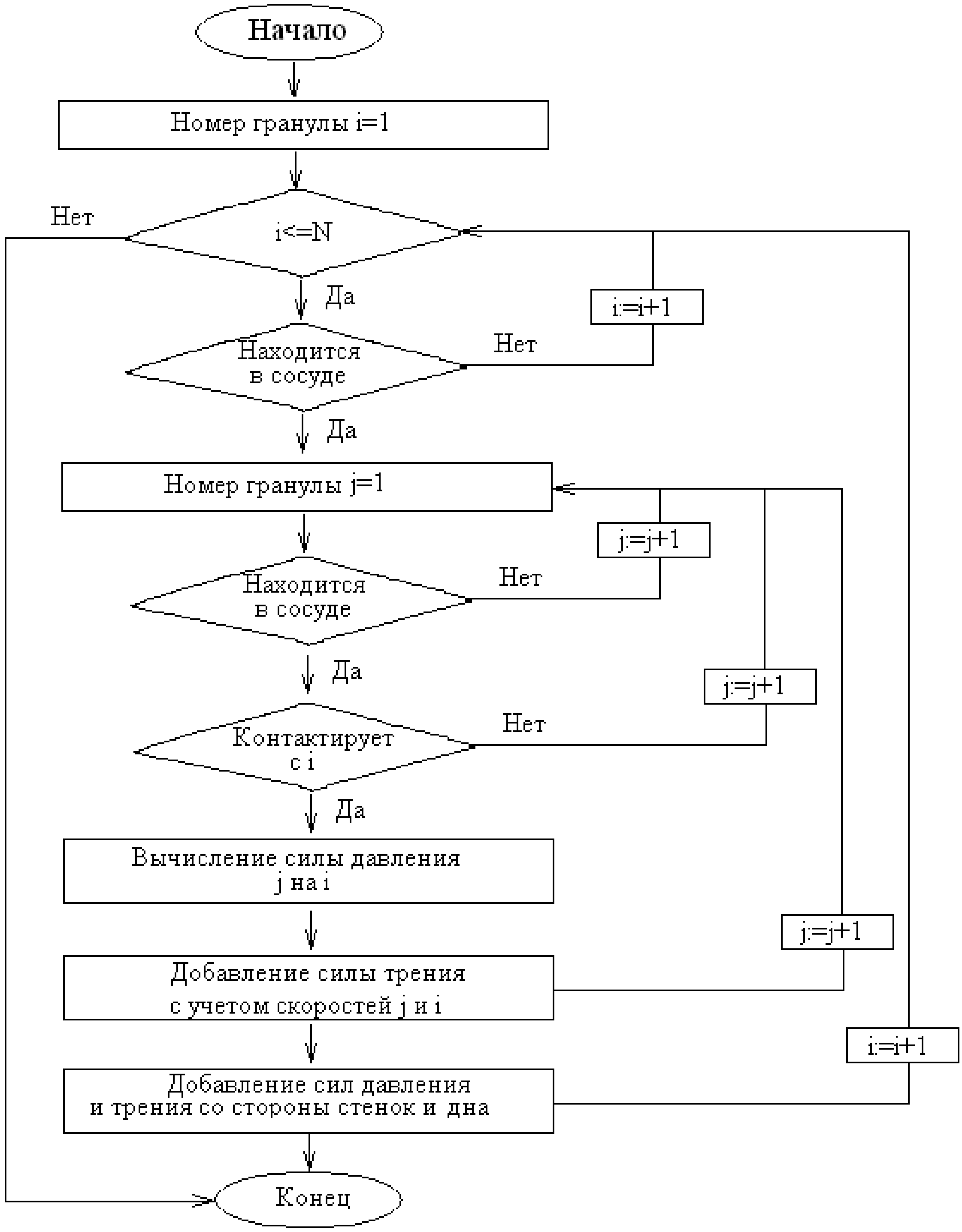

Рисунок 2 – Блок-схема процедуры CILA

Для каждой частицы определяются частицы, контактирующие с ней в определенный момент времени, вычисляется суммарная сила их упругого взаимодействия. К ней добавляется сила веса, сила упругого взаимодействия с дном и стенками сосуда, сила трения. При этом учитывается трение между частицами и частицами и стенками и дном сосуда. Добавляются диссипативные члены.

Процедура CILA использует значения координат частиц для текущего момента времени, значения массы частиц, компонент их скорости. При этом массы частиц и их размеры могут различаться. Все значения входных данных хранятся в глобальных переменных.

Для синхронизации двух основных процессов – пересчета параметров и визуализации – в проект включены два таймера: Timer1 и Timer2.

Событие OnTimer для Timer1 – визуализация состояния сыпучей среды с интервалом Timer1.Interval. Визуализация осуществляется с использованием двух экранов – двух визуальных компонентов TImage – Image1 и Image2. Во время рисования на Image1 свойства Image1.Visible=false, Image2.Visible=true. Таким образом, рисование осуществляется на невидимом экране, что улучшает эффект анимации.

Событие OnTimer для Timer2 – реализация численного метода Рунге-Кутта для пересчета параметров частиц: координат, компонент скорости. На рисунке 3 – блок-схема процедуры TForm1.Timer2Timer.

Пересчет происходит с интервалом Timer2.Interval. Если модель предполагает сосуд с отверстиями и необходимо отследить выпадение частиц в отверстия подсчет осуществляется также в этой процедуре.

Процедура TForm1.Timer1Timer предназначена для визуализации результатов расчетов. Визуализация осуществляется с интервалом Timer2.Interval.

Значения свойства Interval для двух таймеров выбираются из различных соображений. Когда мы выбираем значение этого свойства для первого таймера, мы заботимся об эффекте анимации. Достаточно взять Timer1.Interval=100, чтобы картина была реальной. Значения свойства Interval задается в миллисекундах и значение 100 обеспечит обновление картины движения гранул 10 раз за секунду.

Timer2.Interval выбирается из соображений согласованности реального и компьютерного времени. Метод Рунге-Кутта, который реализуется процедурой TForm1.Timer2Timer, пересчитывает значения параметров гранул с временным интервалом dt, значение которого является входным и задается пользователем в секундах. Значение Timer2.Interval задается тем же самым, только переводится в миллисекунды, Timer2.Interval:=round(dt*1000).

Значение dt выбирается таким, чтобы за время dt перемещение частиц было не более половины их радиуса. В этом случае есть возможность не пропустить проникновение частиц друг в друга и через стенки сосуда. Оценочные расчеты показывают, что dt необходимо выбирать ~0,001 сек.

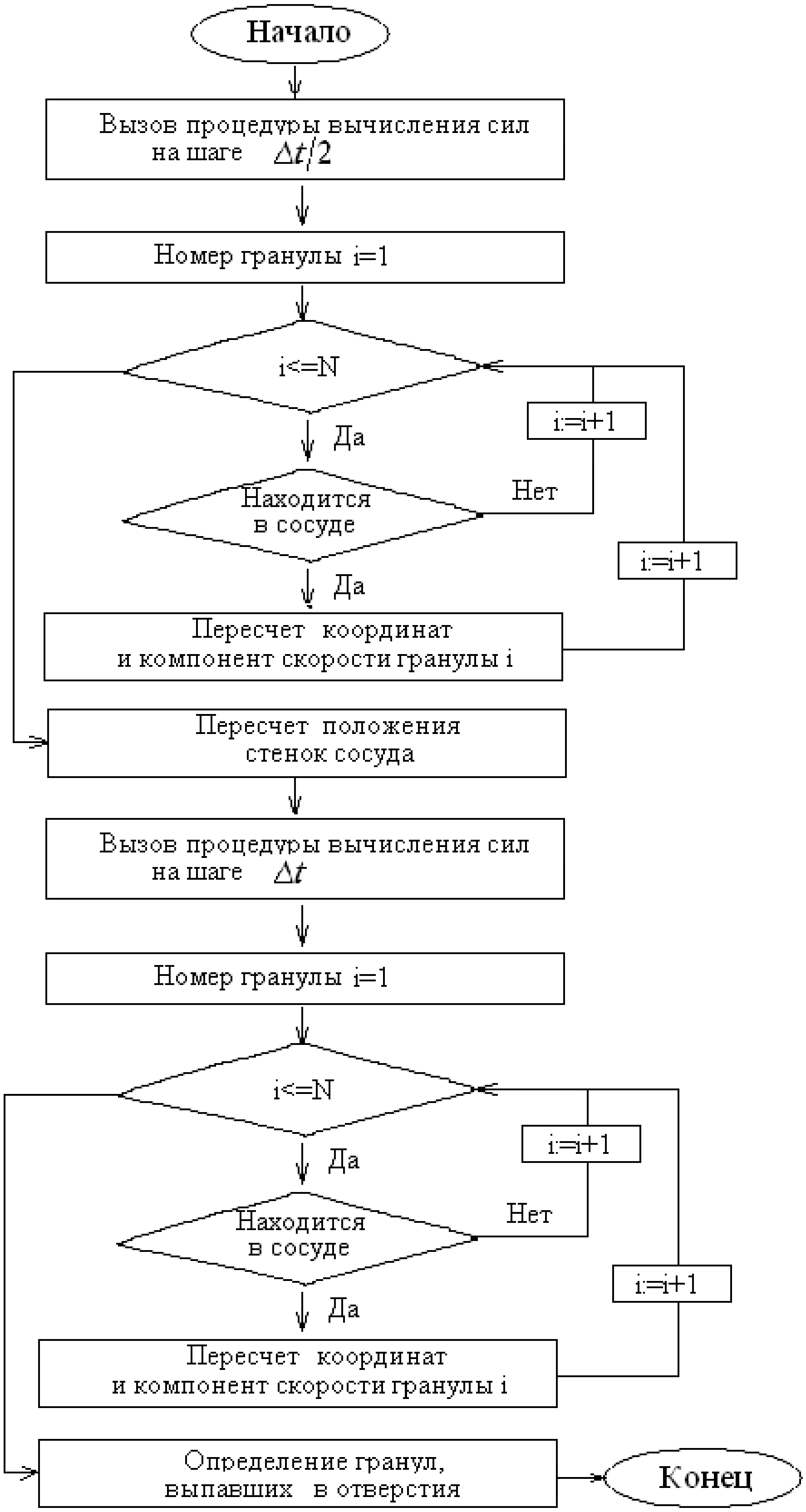

Рисунок 3 – Блок-схема процедуры TForm1.Timer2Timer

Возможности модели могут быть расширены за счет распараллеливания процесса вычисления. В главе 3 приведено описание применения распараллеливания при проведении вычислений.

Приводятся результаты работы программ для нескольких частных случаев, а также описано практическое применение – использование созданной модели для совершенствования вибрационных высевающих устройств.

В ходе решения практической задачи рассмотрены особенности работы вибрационного аппарата с высевающим устройством прямоугольной формы – лотком, имеющим высевные отверстия в днище, совершающим колебательные движения во время работы в горизонтальной плоскости. Лоток устройства соединен с бункером, через который подается посевной материал. Созданная имитационная модель использовалась для определения оптимальных конструкционных параметров и режимов вибрации.

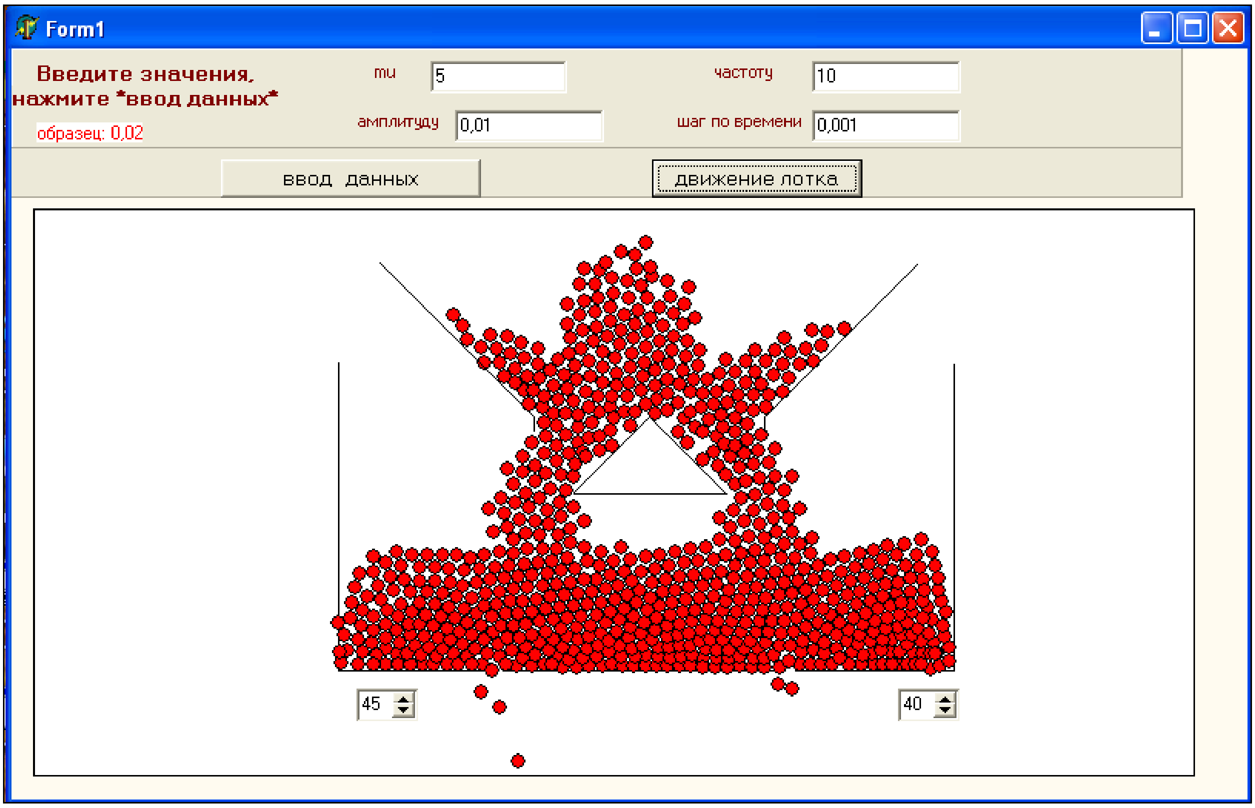

Рисунок 4 – Модель высевающего устройства с дозатором

Вычислительный эксперимент проводился для оптимизации параметров, обеспечивающих равномерность высева семян. Были оптимизированы следующие параметры: толщина слоя семян, расстояние от дна высевающего устройства до нижней кромки горловины бункера, форма бункера, форма дозатора (рис.4).

В лотковых высевающих аппаратах предусматривается вибрация лишь той части посевного материала, которая непосредственно примыкает и контактирует с колеблющимися рабочими элементами. Эта часть посевного материала не отделена и не изолирована от общего объёма семян в бункере. Давление всего слоя семян на нижерасположенные слои, в том числе и непосредственно примыкающие к вибрирующим элементам, будет препятствовать созданию однородного и разрыхлённого слоя, а, следовательно, и равномерному его истечению через высевающие отверстия.

Вычислительный эксперимент проводился для того, чтобы выбрать лучший вариант расположения отверстий в днище высевающего устройства относительно горловины бункера. Необходимо, чтобы отверстия находились в зоне разрыхления (рис.5).

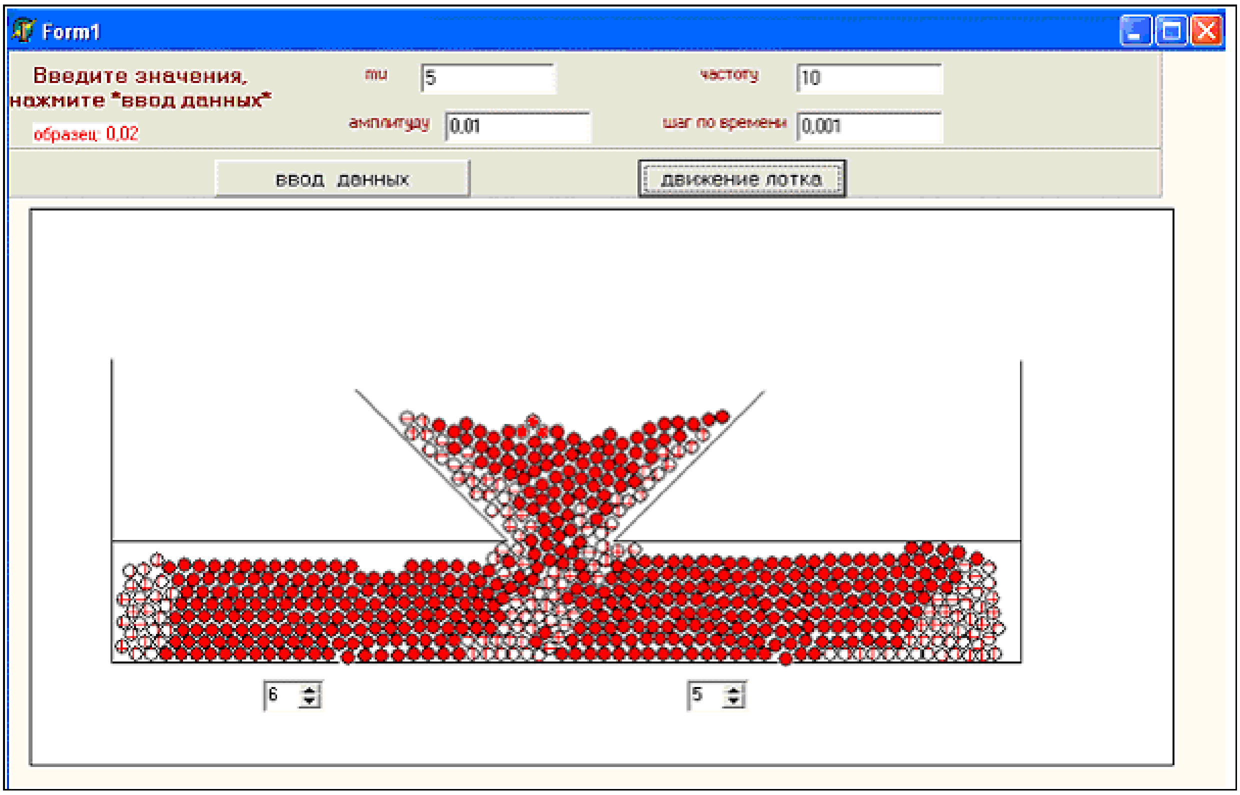

Рисунок 5 – Расположение зон разрыхления и уплотнения; светлые – зоны уплотнения, темные – разрыхления

Еще одна частная задача с применением созданной модели заключалась в том, чтобы определить оптимальные значения двух основных параметров работы вибрационного высевающего аппарата – амплитуды и частоты колебаний при заданных остальных. Рассматривался случай лотка (рис. 6) с тремя высевающими отверстиями, расположенными в центре и у вертикальных стенок.

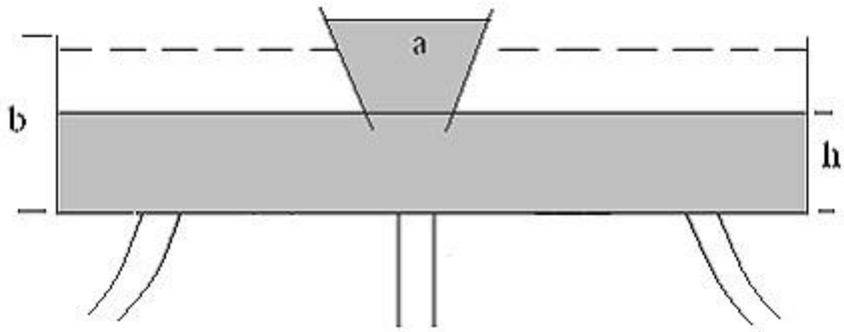

Рисунок 6 – Схема лотка

Качество работы конструкции характеризуется равномерностью высева и должно соответствовать агротребованиям ($\pm 3\%$). Задача сводится к минимизации некоторого целевого функционала, обеспечивающей эту равномерность.

В качестве такого функционала используется функционал I. Если в днище лотка расположено k отверстий, а $s_1, s_2, ..., s_k$ – количества выпавших в них семян, то

$$I = abs(\frac{\max\limits_{i=1,..,k} s_i}{\min\limits_{i=1,..,k} s_i} - 1).$$

В нашем случае, очевидно, что в силу симметрии задачи выпадение в первое и третье отверстие будет заведомо одинаковым. Поэтому в качестве I рассмотрим

$$I = abs(\frac{s_1}{s_2} - 1).$$

Здесь s_1, s_2 – среднее количество семян, высыпающихся через первое и второе отверстие, соответственно, в течение некоторого отрезка времени.

Одним из методов минимизации функций многих переменных является метод покоординатного спуска. Пусть имеется приближение $(x_1^0, ..., x_m^0)$ к точке экстремума функции $F(x_1, ..., x_m)$. Рассмотрим функцию $F(x_1, x_2^0, ..., x_m^0)$ как функцию переменной x_1 и найдем точку x_1^1 ее минимума. Затем, исходя из приближения $(x_1^1, x_2^0, ..., x_m^0)$ путем минимизации функции $F(x_1^1, x_2, x_3^0, ..., x_m^0)$, находим следующее приближение $(x_1^1, x_2^1, x_3^0, ..., x_m^0)$. Процесс циклически повторяется. При уточнении компоненты x_k происходит смещение по прямой, параллельной оси x_k до точки с наименьшим на этой прямой значением $F(x) = c$. Очевидно, эта точка будет точкой касания рассматриваемой прямой и линии уровня $F(x)=c$. В двумерном случае картина приближений показана на рис. 7.

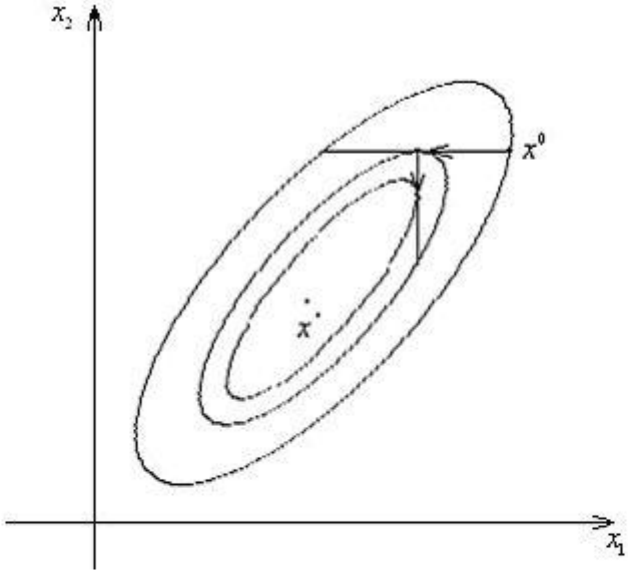

Рисунок 8 – Картина приближений в двумерном случае

Применяем метод покоординатного спуска для минимизации функционала I. В качестве начальных условий взяты значения частоты колебаний – 5 Гц, амплитуды – 1 мм. Шаг по времени для пересчета скоростей – 0,001 сек. Для вычисления средних значений s_1, s_2, входящих в целевой функционал, используется отрезок времени 60 сек. Как видно из результатов, представленных на рисунке 9, оптимальным значением частоты является 14 Гц, амплитуды – 4 мм.

На рис. 9 – результат работы программы.

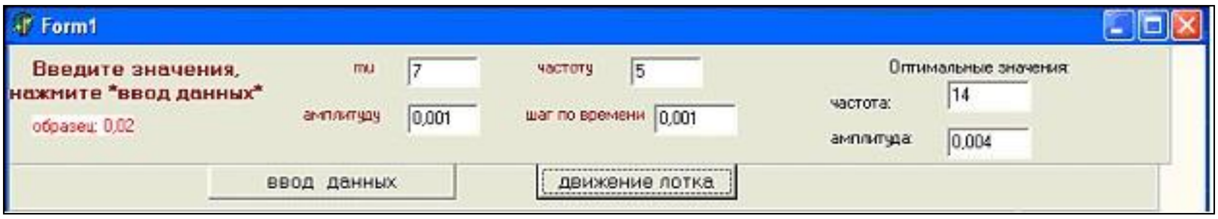

Рисунок 9 – Оптимальные значения частоты (Гц) и амплитуды (м)

В итоге совместных исследований была подана заявка и получен патент РФ на усовершенствованную конструкцию вибрационного высевающего аппарата.

В **заключении** перечислены основные результаты теоретических и практических исследований.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель поведения гранулированной среды в подвижных сосудах в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие гранул между собой и со стенками вибрирующего сосуда.

На основе эффективного устойчивого численного алгоритма пересчета параметров гранул на достаточно длительном промежутке времени, создана имитационная модель в среде программирования Delphi.

Проведено распараллеливание вычислений, повышающее эффективность численного алгоритма.

Создан комплекс программ, реализующий метод дискретных элементов для изучения поведения сыпучей среды с различными свойствами в вибрирующих сосудах.

Получено решение практической задачи оптимизации параметров вибрационного высевающего аппарата.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

По списку ВАК:

1. Богульская, Н.А. Имитационный подход к моделированию движения гранулированных сред / Н.А. Богульская, И.О. Богульский, А.А. Вишняков // Вестник КрасГАУ. – 2005. – Вып. 9. – С. 214-218.
2. Богульская, Н. А. Применение имитационной модели для оптимизации режима работы высевающего аппарата / Н. А. Богульская, И. О. Богульский, А. А. Вишняков // Вестник КрасГАУ. – 2009. – Вып. 1. – С. 110-112.
3. Богульская, Н. А. Оптимизация конструкционных параметров высевающего аппарата вибрационного типа / Н. А. Богульская, И. О. Богульский, А. А. Вишняков // Вестник КрасГАУ. – 2009. – Вып. 2. – С. 134-136.
4. Богульский, И.О. Численное моделирование движения гранулированной среды в подвижных сосудах / И.О. Богульский, Н.А. Богульская // Вычислительные технологии, 2011, Т.16, №2. – С. 27-34.

В прочих изданиях:

5. Богульская, Н.А. Имитация движения сыпучей среды в подвижном сосуде / Н.А. Богульская, И.О. Богульский, А.А. Вишняков // Ресурсосберегающие технологии: Прил. к «Вестнику КрасГАУ», 2005. – №3. – С.104-108.

6. Богульская, Н.А. Численное решение задачи о движении сыпучей среды в подвижном сосуде / Н.А. Богульская, И.О. Богульский, А.А. Вишняков // Ресурсосберегающие технологии: Прил. к “Вестнику КрасГАУ”, 2005. – №3. – С.109-112.

7. Богульская, Н.А. Движение частицы материала по колеблющейся поверхности / Н.А. Богульская, И.О. Богульский, А.А. Вишняков // Ресурсосберегающие технологии: Прил. к “Вестнику КрасГАУ”, 2005. – №3. – С.112-115.

8. Богульская, Н.А. Вертикальная вибрация жидкости в сосуде / Н.А. Богульская, И.О. Богульский, А.А. Вишняков // Ресурсосберегающие технологии: Прил. к “Вестнику КрасГАУ”, 2005. – №3. – С.115-120.

9. Богульская, Н.А. Трехмерное моделирование движения гранулированной среды в сосудах роторного типа / Н.А. Богульская, И.О. Богульский // Ресурсосберегающие технологии: Прил. к “Вестнику КрасГАУ”, 2007. – №4. – С.109-112.

10. Богульская Н.А. Имитационное моделирование высевающего устройства/ Н.А. Богульская // Наука и технологии: Сб.науч.тр. – Екатеринбург.: УрО РАН, 2007. – С. 55-57.

11. Богульский, И.О. Имитационная модель для оптимизации конструкции и режима работы вибрационного высевающего аппарата / И.О. Богульский, А.А. Вишняков, Н.А. Богульская // Научный журнал КубГАУ, 2008. – №42(8).– http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf.

12. Богульский, И.О. Решение задачи моделирования движения гранулированной среды на основе распараллеливания / И.О. Богульский, Н.А. Богульская // Распределенные и кластерные вычисления: Тезисы докладов Седьмой межрегиональной школы-семинара. / ИВМ СО РАН, Красноярск, 2010. – С. 8.

13. Патент № 2310311 Россия, МПКА01С 7/16. Высевающий аппарат сеялки / А. А. Вишняков, А. С. Вишняков, И. О. Богульский, Н. А. Богульская, Д. А. Каркавин, В. А. Козлов (РФ). – 2006107488/12; Заявлено 10.03.2006; Опубл. 20.11.2007. Бюллетень Роспатента №32. – 10 с.