

УДК 630.377.4

## **Разработка математической модели неустановившегося поворота гусеничного лесопогрузчика перекидного типа класса 25 кН**

**С.Ю. Гуськов**

*Сибирский государственный технологический университет,  
Россия 660049, Красноярск, пр. Мира, 82<sup>1</sup>*

Received 5.04.2011, received in revised form 12.04.2011, accepted 19.04.2011

---

*Статья посвящена изучению поворота лесопогрузчика перекидного типа класса 25 кН при маневрировании по погрузочной площадке с длинномерным грузом. Разрабатывается и обосновывается математическая модель, позволяющая исследовать режим неустановившегося поворота лесопогрузчика с грузом.*

*Ключевые слова: лесопогрузчик, длинномерный груз, погрузка древесины, поворот машины, силы инерции, опорная поверхность, гусеничные машины, расчетная схема, предмет труда, дерево, стрела, ходовая система, математическая модель, гибкий груз, базовый трактор, центр тяжести, жесткость, уравнения, кинетическая энергия, потенциальная энергия, касательная сила тяги.*

---

### **Введение**

Лесопогрузчики перекидного типа широко применяются при погрузке хлыстов и деревьев с кроной на лесовозные автопоезда. При маневрировании лесопогрузчика с длинномерным грузом в транспортном положении по погрузочной площадке в условиях лесосеки его рабочее оборудование и базовая машина подвергаются действию значительных нагрузок, отрицательно сказывающихся на машине в целом. Исследованиями динамики рабочих режимов лесопогрузчиков перекидного типа занимались В.И. Алябьев, В.А. Давиденко, М.М. Померанцев, П.Н. Ивашкевич, В.Ф. Ильин, Ю.М. Федоров, В.Г. Мельников, Л.А. Гоберман, В.Ф. Полетайкин, Ю.И. Верхов и др. Проводились исследования режимов грузового хода, разгона и остановки лесопогрузчика с грузом, процессы перемещения груза из положения набора и положения укладки в транспортное, а также влияние на величину возникающих при этом нагрузок конструктивных и эксплуатационных факторов.

Несмотря на значительное количество работ по исследованию динамики лесопогрузчиков перекидного типа, до настоящего времени нет исследований вопроса поворота лесопогрузчика перекидного типа с длинномерным грузом.

---

\* Corresponding author E-mail address: guskov\_gs@list.ru

<sup>1</sup> © Siberian Federal University. All rights reserved

Вопросы, касающиеся режима поворота колесных и гусеничных машин, исследованы в работах следующих ученых: В.А. Гобермана и Л.А. Гобермана, В.В. Гуськова и др., но в них отсутствуют данные об исследовании режима поворота машин с грузом, расположенным выше базовой машины и перпендикулярно к её продольной оси в горизонтальной плоскости.

### **1. Разработка и обоснование расчетной схемы гусеничного лесопогрузчика перекидного типа**

Лесопогрузчик с предметом труда – деревом – представляет собой сложную механическую систему, состоящую из инерционных тел (ходовая система, стрела рабочего оборудования, дерево и т.д.) и привода. Металлоконструкции стрелы, ходовой системы, а также дерево – упругие тела, обладающие бесконечно большим числом степеней свободы, а так как число степеней свободы равно числу независимых параметров, которыми определяется движение тела, то динамическое исследование в такой постановке вопроса оказалось бы чрезвычайно сложной задачей.

Однако в зависимости от условия решаемой задачи число степеней свободы упругой системы, учитываемых при расчете, может быть ограничено. Таким образом, системы с конечным числом степеней свободы являются расчетными схемами более сложных реальных конструкций. В этом случае распределенные элементы лесопогрузчика, предмета труда заменяются сосредоточенными (дискретными) массами. Такая замена дает возможность движение лесопогрузчика описать ограниченным числом уравнений. При этом движение машины или системы сводится к исследованию уравнений движения каждой из взаимодействующих, сосредоточенных масс. Для того чтобы расчетная динамическая схема машины находилась в состоянии равновесия, к её массам прикладывают не действительные силы и моменты сил, а эквивалентные им приведенные силы и моменты сил.

Ввиду того, что возможности решения дифференциальных уравнений в общем виде ограничены, особое значение приобретают обоснованные допущения [1, 2], которые приводят их к удобному для этого виду:

1. При определении динамических колебательных нагрузок гусеничные лесопогрузчики с предметом труда можно рассматривать как линейно-упругие системы.

2. Коэффициенты жесткости и демпфирующие сопротивления являются величинами постоянными.

3. Колебания совершаются с малыми амплитудами, что значительно упрощает теорию вопроса, так как позволяет привести дифференциальные уравнения к линейной форме.

4. Масса гибкого груза (хлыстов) рассматривается как сосредоточенная, подвешенная на двух невесомых упругих элементах, жесткость одного из которых равна жесткости комлевой части пакета, другого – вершинной части.

5. Величины радиусов вращения приведенных масс постоянны.

Основываясь на приведенных доводах и на том, что при движении лесопогрузчика с грузом по погрузочной площадке стрела занимает положение, близкое к вертикальному, мы представляем расчетную схему лесопогрузчика при маневрировании по погрузочной площадке с длинномерным грузом (рис. 1). Такой выбор координат  $Y_4$ ,  $Y_5$ ,  $\alpha$  обусловлен тем, что рассматривается вращение лесопогрузчика вокруг его вертикальной оси без смещения в боковом направ-

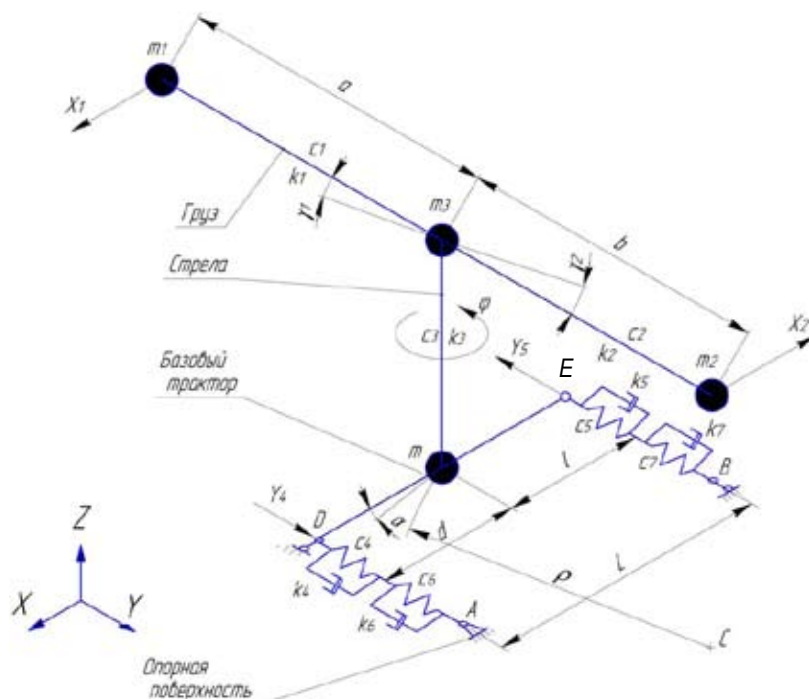


Рис. 1. Расчетная схема динамической системы «Опорная поверхность – базовый трактор – рабочее оборудование – груз» для гусеничных лесопогрузчиков перекидного типа

лени; базовыми тракторами лесопогрузчиков перекидного типа грузоподъемностью 25 – 32 кН являются тракторы ТДТ 55А, ТЛТ – 100 – 04(06), у которых передняя и задняя балансирные каретки взаимозаменяемы; ось вращения стрелы расположена близко к центру тяжести подрессоренной массы базового трактора и неподвижных частей рабочего оборудования. Кроме того, это позволяет учитывать характеристики передней и задней балансирных кареток.

На рис. 1 изображена расчетная схема динамической системы «Опорная поверхность – базовый трактор – рабочее оборудование – груз». Схема закрепления базового трактора показывает, что исследуется только движение принятой системы в плоскости ХУ. Система по числу приведенных масс обладает четырьмя степенями свободы. Движение масс  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m$  может быть охарактеризовано линейными  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_4$ ,  $Y_5$  или угловыми  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\alpha$  перемещениями, между которыми существуют соотношения [3]:

$$\gamma_1 = \frac{X_1}{a}; \gamma_2 = \frac{X_2}{b}; \alpha = \frac{Y_4}{d}; \alpha = \frac{Y_5}{l}.$$

Движение массы  $m_3$  может быть охарактеризовано только угловым перемещением  $\varphi$ , показывающим угол закручивания стрелы.

$\gamma_1$  – угловое перемещение массы вершинной части расчетного дерева –  $m_1$ , приведенной в центр тяжести;

$\gamma_2$  – угловое перемещение массы комлевой части расчетного дерева –  $m_2$ , приведенной в центр тяжести;

$\varphi$  – угловое перемещение массы подвижных частей рабочего оборудования –  $m_3$ , приведенной к концу стрелы;

$\alpha$  – угловое перемещение поддресоренной массы базового трактора и неподвижных частей рабочего оборудования –  $m$ ;

$X_1$  – линейное перемещение массы вершинной части расчетного дерева –  $m_1$ , приведенной в центр тяжести;

$X_2$  – линейное перемещение массы комлевой части расчетного дерева –  $m_2$ , приведенной в центр тяжести;

$Y_4$  – линейное перемещение в направлении  $Y$  оси передней балансирной каретки (деформация передней балансирной каретки и грунта);

$Y_3$  – линейное перемещение в направлении  $Y$  оси задней балансирной каретки (деформация задней балансирной каретки и грунта);

$c_1$  – жесткость вершинной части расчетного дерева, приведенная к центру массы  $m_1$ ;

$k_1$  – демпфирующее сопротивление вершинной части расчетного дерева;

$c_2$  – жесткость комлевой части расчетного дерева, приведенная к центру массы  $m_2$ ;

$k_2$  – демпфирующее сопротивление комлевой части расчетного дерева;

$c_3$  – крутильная жесткость стрелы рабочего оборудования;

$k_3$  – демпфирующее сопротивление стрелы рабочего оборудования;

$c_4$  – суммарная боковая, изгибная жесткость передних балансирных кареток;

$c_5$  – суммарная боковая, изгибная жесткость задней балансирной каретки;

$c_6$  – жесткость грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ) у передней балансирной каретки;

$c_7$  – жесткость грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ) у задней балансирной каретки;

$k_4$  – демпфирующее сопротивление передней балансирной каретки в боковом направлении;

$k_5$  – демпфирующее сопротивление задней балансирной каретки в боковом направлении;

$k_6$  – демпфирующее сопротивление грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ) у передней балансирной каретки;

$k_7$  – демпфирующее сопротивление грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ) у задней балансирной каретки;

$a$  – расстояние от продольной оси базовой машины до центра массы  $m_1$ ;

$b$  – расстояние от продольной оси базовой машины до центра массы  $m_2$ ;

$d$  – расстояние от оси передней балансирной каретки (точка А) до центра поддресоренной массы базового трактора и неподвижных частей рабочего оборудования –  $m_3$ ;

$l$  – расстояние от оси задней балансирной каретки (точка В) до центра поддресоренной массы базового трактора и неподвижных частей рабочего оборудования –  $m_3$ ;

$L$  – расстояние между осями передней и задней балансирной каретки;

$\rho$  – радиус поворота лесопогрузчика.

## 2. Разработка математической модели

Расчетная схема динамической системы «Опорная поверхность – базовый трактор – рабочее оборудование – груз» для гусеничных лесопогрузчиков перекидного типа грузоподъемностью 25-32 кН, изображенная на рис. 1, по числу приведенных масс обладает четырьмя сте-

пенями свободы возможных перемещений относительно положения устойчивого равновесия, следовательно, её движение может быть описано системой, состоящей из четырех линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.

Записываем уравнения Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma_1} + \frac{\partial \Pi}{\partial \gamma_1} + \frac{\partial R}{\partial \gamma_1} &= Q_{\gamma_1}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma_2} + \frac{\partial \Pi}{\partial \gamma_2} + \frac{\partial R}{\partial \gamma_2} &= Q_{\gamma_2}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} + \frac{\partial R}{\partial \varphi} &= Q_{\varphi}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} + \frac{\partial R}{\partial \alpha} &= Q_{\alpha}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\Pi$  – потенциальная энергия системы;  $R$  – диссипативная функция системы;  $\gamma_1, \gamma_2, \varphi, \alpha$  – перемещения центров масс, координаты системы;  $Q_{\gamma_1}, Q_{\gamma_2}, Q_{\varphi}, Q_{\alpha}$  – соответственно обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам  $\gamma_1, \gamma_2, \varphi, \alpha$ .

Выражение кинетической энергии системы имеет следующий вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 a^2 \dot{\gamma}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 b^2 \dot{\gamma}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \rho_c^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m \rho_z^2 \dot{\alpha}^2. \quad (2)$$

Выражение потенциальной энергии системы таково:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 a^2 \gamma_1^2 + \frac{1}{2} c_2 b^2 \gamma_2^2 + \frac{1}{2} c_3 \varphi^2 + \frac{1}{2} c_{СП} d^2 \alpha^2 + \frac{1}{2} c_{СЗ} l^2 \alpha^2, \quad (3)$$

где  $c_{СП}$  – суммарная жесткость передних балансирных кареток и грунта в боковом направлении (ось  $Y$ );  $c_{СЗ}$  – суммарная жесткость задних балансирных кареток и грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ).

Выражение для диссипативной функции системы имеет следующий вид:

$$R = \frac{1}{2} k_1 a^2 \dot{\gamma}_1^2 + \frac{1}{2} k_2 b^2 \dot{\gamma}_2^2 + \frac{1}{2} k_3 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} k_{СП} d^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} k_{СЗ} l^2 \dot{\alpha}^2, \quad (4)$$

где  $k_{СП}$  – суммарное демпфирующее сопротивление передних балансирных кареток и грунта в боковом направлении (ось  $Y$ );  $k_{СЗ}$  – суммарное демпфирующее сопротивление задних балансирных кареток и грунта в боковом направлении (ось  $Y$ ).

Для определения обобщенных сил, соответствующих обобщенным координатам, применим принцип возможных перемещений. В связи с тем, что рассматривается движение системы в плоскости  $XU$ , на систему действуют силы инерции приведенных масс и поворачивающий момент со стороны ходовой системы, возникающие при повороте лесопогрузчика. Определим работу сил на перемещениях  $\delta\gamma_1, \delta\gamma_2, \delta\varphi, \delta\alpha$  координат  $\gamma_1, \gamma_2, \varphi, \alpha$ .

$$\delta A_{\gamma_1} = Q_{\gamma_1} \cdot \delta\gamma_1, \quad (5)$$

$$Q_{\gamma_1} = m_1 p^2 \varepsilon, \quad (6)$$

где  $p$  – радиус инерции центра масс  $m_1$  – рис. 1;  $p = \rho + a$ ,  $\varepsilon$  – угловое ускорение поворота лесопогрузчика;

$$\delta A_{\gamma_2} = Q_{\gamma_2} \cdot \delta \gamma_2, \quad (7)$$

$$Q_{\gamma_2} = m_2 h^2 \varepsilon, \quad (8)$$

где  $h$  – радиус инерции центра масс  $m_2$ ;

$$h = \rho - b;$$

$$\delta A_{\varphi} = Q_{\varphi} \cdot \delta \varphi, \quad (9)$$

$$Q_{\varphi} = m_3 \rho_c^2 \varepsilon, \quad (10)$$

где  $\rho_c$  – радиус инерции массы  $m_3$  относительно оси  $Z$  рис. 1;

$$\delta A_{\alpha} = Q_{\alpha} \cdot \delta \alpha, \quad (11)$$

$$Q_{\alpha} = m \rho_z^2 \varepsilon, \quad (12)$$

где  $\rho_z$  – радиус инерции массы  $m$  относительно оси  $Z$  рис. 1.

Поворачивающий момент гусеничной машины при установившемся повороте определяется по выражению

$$M_Y = [(T_{K2} - T_{K1}) - (P_{f1} - P_{f2})] \frac{B}{2}, \quad (13)$$

где  $T_{Kl}$  – касательная сила тяги отстающей гусеницы;  $T_{K2}$  – касательная сила тяги забегающей гусеницы;  $P_{f2}$  – сила сопротивления качению забегающей гусеницы;  $P_{f1}$  – сила сопротивления качению отстающей гусеницы;  $B$  – поперечная база лесопогрузчика.

При неустановившемся повороте поворачивающий момент определяется по выражению

$$M_H = M_Y + Q_{\alpha}. \quad (14)$$

Полученные выражения производных и правых частей подставим в уравнения Лагранжа второго рода и, выполнив необходимые преобразования, будем иметь систему уравнений в стандартном виде, описывающую движение системы в любой момент времени:

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_1 + \omega_1^2 (\gamma_1 - \varphi) + 2\eta_1 (\dot{\gamma}_1 - \dot{\varphi}) &= \frac{p^2}{a^2} \varepsilon \\ \ddot{\gamma}_2 + \omega_2^2 (\gamma_2 - \varphi) + 2\eta_2 (\dot{\gamma}_2 - \dot{\varphi}) &= \frac{h^2}{b^2} \varepsilon \\ \ddot{\varphi} + \omega_3^2 (\varphi - \alpha) + 2\eta_3 (\dot{\varphi} - \dot{\alpha}) - \omega_4^2 \frac{a^2}{\rho_c^2} (\gamma_1 - \varphi) - 2\eta_4 \frac{a^2}{\rho_c^2} (\dot{\gamma}_1 - \dot{\varphi}) - \\ - \omega_5^2 \frac{b^2}{\rho_c^2} (\gamma_2 - \varphi) - 2\eta_5 \frac{b^2}{\rho_c^2} (\dot{\gamma}_2 - \dot{\varphi}) &= \varepsilon \\ \ddot{\alpha} + \omega_6^2 \frac{d^2}{\rho_z^2} \alpha + \omega_7^2 \frac{l^2}{\rho_z^2} \alpha + 2\eta_6 \frac{d^2}{\rho_z^2} \dot{\alpha} + 2\eta_7 \frac{l^2}{\rho_z^2} \dot{\alpha} - \omega_8^2 \frac{\rho_c^2}{\rho_z^2} (\varphi - \alpha) - \\ - 2\eta_8 \frac{\rho_c^2}{\rho_z^2} (\dot{\varphi} - \dot{\alpha}) &= \frac{M_Y}{m \rho_z^2} + \varepsilon \end{aligned} \quad (15)$$

Математическая модель (15) позволяет определить нагрузки, действующие на элементы конструкции при повороте гусеничных лесопогрузчиков перекидного типа грузоподъемно-

стью 25 – 32 кН с длинномерным грузом при движении лесопогрузчика по опорной поверхности погрузочной площадки и их зависимости от динамических характеристик груза, технологического оборудования, опорной поверхности и базовой машины.

### **Заключение и выводы**

В результате выполненной работы получена математическая модель неустановившегося поворота гусеничного лесопогрузчика перекидного типа, позволяющая исследовать ранее не изученный вопрос поворота лесопогрузчика с длинномерным грузом, которая обеспечит повышение достоверности принимаемых конструкторских решений. В том числе:

1. Разработана расчетная схема динамической системы «Опорная поверхность – базовый трактор – рабочее оборудование – груз» для гусеничных лесопогрузчиков перекидного типа при маневрировании по погрузочной площадке с длинномерным грузом.

2. На основе уравнений Лагранжа второго рода получена математическая модель неустановившегося поворота гусеничного лесопогрузчика перекидного типа класса 25 кН.

### **Список литературы**

1. Александров, В.А. Моделирование технологических процессов лесных машин. М.: Экология, 1995. 257 с.
2. Полетайкин, В.Ф. Проектирование лесных машин. Динамика элементов конструкции гусеничных лесопогрузчиков: учеб. пособие. Красноярск : КГТА, 1997. 248 с.
3. Ротенберг, Р.В. Подвеска автомобиля. М.: Машиностроение, 1972. 329 с.

## **Working out of Mathematical Model of Unsteady Turn of a Caterpillar Tractor Logger of a Class 25 kN**

**Sergey Yu. Gus'kov**  
*Siberian State Technological University  
82 Mira, Krasnoyarsk, 660049 Russia*

---

*Article is devoted turn of the tractor logger of a class 25 kN at maneuvering on a loading platform with lengthy cargo. The mathematical model is developed and proved, allowing investigating a mode of unsteady turn of a tractor logger with cargo.*

*Keywords: logger, lengthy cargo, wood loading, turn of the car, force of inertia, basic surface, track laying vehicles, the settlement scheme, object of the labour, tree, arrow, running system, mathematical model, flexible cargo, base tractor, the centre of gravity, rigidity, the equations, kinetic energy, potential energy, tangent force of draught.*

---