Эвентологическая регрессия двудольных множеств событий

Надежда Николаевна Богатырева
Сибирский Федеральный Университет
Институт математики
Красноярск
sofiya_1712@mail.ru

Ирина Владимировна Баранова
Сибирский Федеральный Университет
Институт математики
Красноярск
irinabar@yandex.ru

Аннотация. *Целью данной работы является изучение зависимости между двудольными множествами событий и нахождение формулы эвентологической регрессии для двудольных множеств случайных событий.*

Ключевые слова. *Регрессия, условное событие, эвентологическая регрессия, двудольное множество.*

1 Введение

Регрессия (лат. regressio — обратное движение, переход от более сложных форм развития к менее сложным)— одно из основных понятий в теории вероятностей и математической статистике, выражающее зависимость среднего значения случайной величины от значения другой случайной величины или от нескольких случайных величин. Это понятие введено Френсисом Гальтоном в 1886 году.

Термин регрессии появился при исследовании соотношения роста родителей и их детей, в котором было установлено, что рост "регрессирует"к среднему, т. е. высокие родители имеют более низких детей, а низкие родители более высоких.

Регрессионный анализ — статистический метод, используемый для исследования отношений между двумя величинами. Он рассматривает связь, как зависимость (влияние). Первый (зависимый) признак называется *результирующим*, второй (независимый)— *факторным*.

2 Классическая регрессия

Определение 1 $y = f(x)$*—уравнение регрессии— это формула статистической связи между двумя переменными, которая называется парной регрессией.*

Определение 2 *Если при каждом* $x = x_i$ *наблюдается* n_i *значений* $y_{i_1}, ..., y_{i_{n_i}}$ *величины* y*, то зависимость средних арифметических*

$$\overline{y} = \frac{y_{i_1}, ..., y_{i_{n_i}}}{n_i} \text{ от } x_i, i = 1, ..., N$$

и является регрессией в статистическом понимании этого термина.

Примером такого рода зависимости служит, в частности, зависимость средних диаметров сосен от их высот.

Определение 3 *Множественной регрессией называется модель, которая включает несколько предсказывающих или объясняющих переменных.*

Такая модель вполне объясняет поведение зависимой переменной и позволяет сопоставить влияние включенных в уравнение регрессии факторов.

Общее назначение множественной регрессии (этот термин был впервые использован в работе Пирсона в 1908 г.) состоит в анализе связи между несколькими независимыми переменными и зависимой переменной.

3 Условные события и условные Э-распределения

Рассмотрим вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$, множество избранных $\mathcal{F}$-измеримых событий $\mathfrak{X} \subseteq \mathcal{F}$, некоторое $\mathcal{F}$-измеримое событие $s \subseteq \Omega$, имеющее ненулевую неединичную вероятность: $0 < \mathbf{P}(s) < 1$ и событие $x \in \mathfrak{X}$.

Определение 4 *Условное событие (у/событие)* $x|s$ *— это событие, означающее, что наступление события* x *происходит в соответствии с наступлением события* s*. Вероятность наступления условного события* $x|s$ *соответствует понятию* ***условной вероятности*** $\mathbf{P}(x|s)$ *и определяется следующей формулой:*

$$\mathbf{P}(x|s) = \frac{\mathbf{P}(x \cap s)}{\mathbf{P}(s)}.$$

Рассмотрим два множества событий $\mathfrak{X}_s = \{x \cap s,\ x \in \mathfrak{X}\}$, $\mathfrak{X}_{s^c} = \{x \cap s^c,\ x \in \mathfrak{X}\}$, на которые событие s *разбивает по Минковскому* множество событий $\mathfrak{X}$: $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}_s \ (+) \ \mathfrak{X}_{s^c} = \{x \cap s + x \cap x^c,\ x \in \mathfrak{X}\}$. Множество событий $\mathfrak{X}$ *разбивает* пространство э-событий $\Omega = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} ter(X)$ на события-терраски

$$ter(X) = \bigcap_{x \in X} x \bigcap_{x \in X^c} x^c, \ \ X \subseteq \mathfrak{X}.$$

Множества событий $\mathfrak{X}_s$ и $\mathfrak{X}_{s^c}$ также *разбивают*, хотя и каждое по своему, пространство э-событий

$$\Omega = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} ter_s(X), \quad \Omega = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} ter_{s^c}(X)$$

на *собственные события-терраски*

$$ter_s(X) = \bigcap_{x \in X} (x \cap s) \bigcap_{x \in X^c} (x \cap s)^c$$

$$ter_{s^c}(X) = \bigcap_{x \in X} (x \cap s^c) \bigcap_{x \in X^c} (x \cap s^c)^c$$

Поскольку все события из $\mathfrak{X}_s$ содержаться в событии s , а все события из $\mathfrak{X}_{s^c}$ — в его дополнении $s^c = \Omega - s$, то для любых $X \neq \emptyset$ и $Y \neq \emptyset$ — события-терраски попарно $ter_s(X)$ и $ter_{s^c}(Y)$ не пересекаются: $ter_s(X) \cap ter_{s^c}(Y) = \emptyset$. Поэтому

$$s \cap ter(X) = \begin{cases} ter_s(X), & X \neq \emptyset, \\ s \cap ter_s(\emptyset), & X = \emptyset, \end{cases}$$

$$s^c \cap ter(X) = \begin{cases} ter_{s^c}(X), & X \neq \emptyset, \\ s^c \cap ter_{s^c}(\emptyset), & X = \emptyset. \end{cases}$$

А отсюда

$$ter(X) = \begin{cases} ter_s(X) + ter_{s^c}(X), & X \neq \emptyset, \\ s \cap ter_s(\emptyset) + s^c \cap ter_{s^c}(\emptyset), & X = \emptyset. \end{cases} \qquad (1)$$

Обозначим

$$\boldsymbol{p} = \{p(X), X \subseteq \mathfrak{X}\},$$

$$\boldsymbol{p}_s = \{p_s(X), X \subseteq \mathfrak{X}\}, \quad \boldsymbol{p}_{s^c} = \{p_{s^c}(X), X \subseteq \mathfrak{X}\}$$

— Э-распределения множеств событий $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}_s$ и $\mathfrak{X}_{s^c}$, соответственно, где

$$p(X) = \mathbf{P}(ter(X)),$$

$$p_s(X) = \mathbf{P}(ter_s(X)), \quad p_{s^c}(X) = \mathbf{P}(ter_{s^c}(X)).$$

В силу (1)

$$p(X) = \begin{cases} p_s(X) + p_{s^c}(X), & X \neq \emptyset, \\ \mathbf{P}(s \cap ter_s(\emptyset)) + \mathbf{P}(s^c \cap ter_{s^c}(\emptyset)), & X = \emptyset. \end{cases} \qquad (2)$$

Причем, очевидно, что

$$\mathbf{P}(s \cap ter_s(\emptyset)) = \mathbf{P}(s) - \sum_{X \neq \emptyset} p_s(X),$$

$$\mathbf{P}(s^c \cap ter_{s^c}(\emptyset)) = \mathbf{P}(s^c) - \sum_{X \neq \emptyset} p_{s^c}(X).$$

Определение 5 *Условное Э-распределение множества событий $\mathfrak{X}$ при условии, что наступило событие* $s \in \mathcal{F}$ определяется как набор вероятностей $\boldsymbol{p}_{|s} = \{p_{|s}(X),\ X \subseteq \mathfrak{X}\}$, где

$$p_{|s}(X) = \begin{cases} \frac{p_s(X)}{\mathbf{P}(s)}, & X \neq \emptyset, \\ 1 - \frac{1 - p_s(\emptyset)}{\mathbf{P}(s)}, & X = \emptyset. \end{cases}$$

Очевидно, что $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_{|s}\mathbf{P}(s) + \boldsymbol{p}_{|s^c}\mathbf{P}(s^c)$. Более того, если множество событий $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{F}$ образует разбиение $\Omega = \sum_{s \in \mathcal{S}} s$, то справедлива общая «формула полной вероятности»: $\boldsymbol{p} = \sum_{s \in \mathcal{S}} \boldsymbol{p}_{|s}\mathbf{P}(s)$, позволяющая представить Э-распределение $\boldsymbol{p}$ в виде взвешенной суммы условных Э-распределений $\boldsymbol{p}_{|s}$ с весами, равными $\mathbf{P}(s)$ — вероятностям соответствующих событий из $\mathcal{S}$.

4 Первая террасная формулировка теоремы Байеса

Теорема Байеса на практике применяется часто, например, в диагностике, а также в других областях, где имеется множество $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{F}$ взаимоисключающих *событий-гипотез* и требуется определить, как меняются вероятности этих событий-гипотез при условии, что произошло некоторое *событие-обстоятельство* $x \in \mathfrak{X}$. Формулы Байеса для условных вероятностей событий-гипотез $s \in \mathcal{S}$ имеют вид:

$$\mathbf{P}(s \mid x) = \frac{\mathbf{P}(s \mid x)\mathbf{P}(s)}{\mathbf{P}(x)},$$

где

$$\mathbf{P}(x) = \sum_{s \in \mathcal{S}} \mathbf{P}(x \mid s)\mathbf{P}(s),$$

хотя наиболее популярна запись:

$$\mathbf{P}(x \mid s) = \frac{\mathbf{P}(x \mid s)\mathbf{P}(s)}{\sum_{s \in \mathcal{S}} \mathbf{P}(x \mid s)\mathbf{P}(s)}, \quad s \in \mathcal{S}.$$

Эвентологическая теория позволяет «переформулировать» теорему Байеса в существенно более общей форме, во-первых, сняв несущественное и чисто техническое требование *взаимоисключаемости* и предположив, что множество событий-гипотез $\mathcal{S}$ имеет произвольную структуру, и во-вторых, заменив одно событие-обстоятельство $x \in \mathfrak{X}$ всем множеством событий-обстоятельств $\mathfrak{X}$.

Первая террасная формулировка. Множество событий-гипотез $\mathcal{S}$ разбивает Ω на взаимоисключающие события-терраски

$$ter(S) = \bigcap_{s \in S} s \bigcap_{s \in S^c} s^c, \quad S \in \mathcal{S},$$

где $s^c = \Omega - s$, $S^c = \mathcal{S} - S$, и формулы Байеса принимают более общий *террасный вид*:

$$\mathbf{P}(ter(S) \mid x) = \frac{\mathbf{P}(x \mid ter(S))\mathbf{P}(ter(S))}{\mathbf{P}(x)}, \quad S \subseteq \mathcal{S}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{P}(x) = \sum_{S \subseteq \mathcal{S}} \mathbf{P}(x \mid ter(S))\mathbf{P}(ter(S)),$$

и оказывается возможным записать их в виде формул

$$p_{|x}(S) = \frac{\mathbf{P}(x \mid ter(S))}{\mathbf{P}(x)}\, p(S), \quad S \subseteq \mathcal{S},$$

где

$$\mathbf{P}(x) = \sum_{S \subseteq \mathcal{S}} \mathbf{P}(x \mid ter(S))\, p(S),$$

связывающих Э-распределение $\boldsymbol{p} = \{p(S), \quad S \subseteq \mathcal{S}\}$ множества событий-гипотез $\mathcal{S}$ с условным Э-распределением $\boldsymbol{p}_{|x} = \{p_{|x}(S), \quad S \subseteq \mathcal{S}\}$ множества событий-гипотез $\mathcal{S}$ при условии наступления события-обстоятельства $x \in \mathfrak{X}$.

5 Эвентологическая регрессия

В [2] О.Ю. Воробьевым была выведена формула эвентологической регрессии.

Определение 6 *Эвентологическая регрессия одного множества титульных событий $\mathfrak{X}$ на другое множество титульных событий $\mathcal{Y}$ — это зависимость φ, связывающая безымянные события-терраски $ter(X), X \subseteq \mathfrak{X}$ с событиями-террасками $ter(Y), Y \subseteq \mathcal{Y}$:*

$$ter(Y) = \varphi(ter(X)), \quad X \subseteq \mathfrak{X}.$$

Поскольку собственных имен у событий-террасок нет, и разумный субъект имеет к ним лишь косвенный «доступ» через логические комбинации собственных имен титульных событий, которые их порождают, то роль собственных имен для событий-террасок $ter(X)$ исполняют подмножества $X \subseteq \mathfrak{X}$ титульных событий, которыми события-терраски занумерованы. Таким образом, для разумного субъекта безымянное событие-терраска

$$ter(X)$$

«скрывается» за подмножеством титульных событий

$$X \subseteq \mathfrak{X},$$

а зависимость φ между безымянными событиями-террасками

$$ter(Y) = \varphi(ter(X))$$

«скрывается» за зависимостью между соответствующими подмножествами титульных событий:

$$Y = \varphi(X)$$

5.1 Функция теоретической эвентологической регрессии

При фиксированной метрике ρ на $2^{\mathfrak{X}} \times 2^{\mathfrak{X}}$ функция теоретической эвентологической регрессии определяется способом, вполне аналогичным классическому:

$$E\rho(Y, \varphi(X)) \to \min_{\varphi}.$$

Если

$$\rho(Y, \varphi(X)) = \rho_\alpha(Y, \varphi(X)),$$

то функция теоретической эвентологической регрессии имеет вид

$$\varphi(X) = Q_\alpha(Y \mid ter(X))$$

условно-эвентологического сет-квантиля порядка α, где

$$Q_\alpha(Y \mid ter(X)) = \{y : P(y \mid ter(X)) \geq \alpha\}$$

подмножества титульных событий $y \in \mathcal{Y}$, условные вероятности, которые не меньше α. В этих обозначениях

$$ter(Q_\alpha(Y \mid ter(X))) = \varphi(ter(X)).$$

6 Метод двудольных множеств случайных событий

В [1] И. В. Барановой было выведено понятие двудольного множества случайных событий, описывающее поведение элемента системы, и показана его связь с двудольным множеством случайных элементов.

6.1 Двудольное множество случайных элементов

В ситуации, когда поведение каждого элемента сложной системы характеризуется данными, одна часть которых является числовой, а другая часть — множественной, объект, порождающий данную двудольную статистику, было предложено представить как объединение двух долей: случайных величин и случайных множеств событий.

Первая доля — это случайные величины ξ, вторая — случайные множества событий $\mathbf{K}$. Пусть A — множество индексов случайных величин, B — множество индексов случайных множеств. Тогда множество случайных величин $\xi = \{\xi_a, a \in A\}$, а множество случайных множеств $\mathbf{K} = \{K_\beta, \beta \in B\}$.

Определение 7 Множество случайных элементов $\{\xi, \mathbf{K}\}$, представимое в виде объединения двух этих долей, будем называть *двудольным множеством случайных элементов.* Двудольное множество случайных элементов представимо в следующем виде:

$$\{\xi, \mathbf{K}\} = \xi \cup \mathbf{K} = \{\xi_a, K_\beta, a \in A, \beta \in B\}.$$

6.2 Двудольное множество случайных событий

Пусть $\{\xi_a, a \in A\}$ являются случайными величинами с конечным множеством возможных значений. Для каждой случайной величины определено множество ее возможных значений:

$$\mathcal{R}_a = \{r_{a_1}, \dots, r_{a_{N_a}}\} \subset \mathbb{R},\ a \in A.$$

Было предложено каждой случайной величине $\xi_a, a \in A$ поставить в соответствие множество событий $\mathcal{Y}_a$ следующим образом:

$$\xi_a \Longrightarrow \mathcal{Y}_a = \{\mathcal{Y}_a(r_a), r_a \in \mathcal{R}_a\}.$$

Здесь событие $\mathcal{Y}_a(r_a) = \{\xi_a \le r_a\} = \{\omega : \xi_a(\omega) \le r_a\}$ — это событие из определения функции распределения случайной величины ξ_a

$$F(r_a) = \mathbf{P}(\{\xi_a \le r_a\}).$$

Каждое множество событий $\mathcal{Y}_a$, $a \in A$ обладает вложенной структурой зависимостей, поскольку $\mathcal{Y}_a(r_{a_1}) \subseteq \mathcal{Y}_a(r_{a_2}) \subseteq \mathcal{Y}_a(r_{a_3})$, если $r_{a_1} \le r_{a_2} \le r_{a_3}$. Поэтому при задании множества $\mathcal{Y}_a$ необходимо учитывать порядок на множестве $\mathbb{R}$.

Всей первой доле — случайным величинам было поставлено в соответствие множество событий $\mathcal{Y}$, то есть

$$\xi \Rightarrow \mathcal{Y} = \sum_{a \in A} \mathcal{Y}_a.$$

Каждому случайному множеству событий $K_\beta, \beta \in B$, было поставлено в соответствие множество случайных событий $\mathfrak{X}_\beta : K_\beta \Leftrightarrow \mathfrak{X}_\beta$. Второй доле — случайным множествам было поставлено в соответствие множество всех возможных случайных событий $\mathfrak{X}$ следующим образом:

$$\mathbf{K} \Leftrightarrow \mathfrak{X} = \sum_{\beta \in B} \mathfrak{X}_\beta, \beta \in B.$$

Аналогично тому, как случайному множеству событий K в эвентологии О. Ю. Воробьевым было поставлено в соответствие множество случайных событий $\mathfrak{X}$, И. В. Барановой было предложено двудольному множеству случайных элементов $\{\xi, \mathbf{K}\}$ поставить в соответствие *двудольное множество случайных событий:*

$$\{\xi, \mathbf{K}\} \Rightarrow \{\mathcal{Y}, \mathfrak{X}\}.$$

Определение 8 *Двудольное множество случайных событий* представляет собой объединение двух множеств — множества событий, которое определяется случайными величинами, и множества событий, которое определяется случайными множествами событий:

$$\{\mathcal{Y}, \mathfrak{X}\} = \{\mathcal{Y}_a, \mathfrak{X}_\beta, a \in A, \beta \in B\}.$$

7 Регрессия двудольных множеств случайных событий

В [2] была О.Ю. Воробьевым была предложена формула эвентологической регрессии одного множества титульных событий $\mathfrak{X}$ на другое множество титульных событий $\mathcal{Y}$. Обобщим данную формулу на более сложный случай регрессии двух двудольных множеств случайных событий.

Пусть $Z = \{\mathcal{Y}, \mathfrak{X}\} = \{\mathcal{Y}_a, \mathfrak{X}_\beta, a \in A, \beta \in B\}$ — двудольное множество случайных событий, двудольное множество событий $s \subseteq Z$. $s = \{\mathcal{Y}_{s_A}, \mathfrak{X}_{s_B}, s_A \subseteq A, s_B \subseteq B\}$ и $t = \{\mathcal{Y}_{t_A}, \mathfrak{X}_{t_B}, S_A \subseteq A, S_B \subseteq B\}$.

Определение 9 *Событие-терраска* двудольного множества случайных событий представляет собой набор непересекающиеся событий, где каждое событие является подмножеством соответствующего множества событий $\mathcal{Y}_a$ или $\mathfrak{X}_\beta$*:*

$$ter(s) = \{\mathcal{Y}_{S_A}, \mathfrak{X}_{S_B}\}, \quad S_A \subseteq A, S_B \subseteq B$$

$$\mathcal{Y}_{S_A} \subseteq \mathcal{Y}_a,\ \ \mathfrak{X}_{S_B} \subseteq \mathfrak{X}_\beta.$$

Событие-терраска двудольного множества может быть записано в более подробном виде:

$$ter(s) = ter\{\mathcal{Y}_{S_A}, \mathfrak{X}_{S_B}\} =$$

$$= \bigcap_{a \in S_A} ter(\mathcal{Y}_a) \bigcap_{\beta \in S_B} ter(\mathfrak{X}_\beta) =$$

$$= \bigcap_{a \in S_a} \mathcal{Y}_a(r_a) \bigcap_{\beta \in S_B} \left(\bigcap_{x_\beta \in X_\beta} x_\beta \bigcap_{x_\beta \in X_\beta^c} x_\beta^c \right),$$

где $r_a \in \mathcal{R}_a$, $X_\beta \subseteq \mathfrak{X}_\beta$.

Определение 10 *Условная вероятность для двудольных множеств событий* $s, t \subseteq Z$ имеет следующий вид*:*

$$P(ter(t)|ter(s)) = P_{|ter(s)}(ter(t)) = \\ = \frac{P(ter(t) \cap ter(s))}{p(ter(s))}, \quad (4) \\ \text{где } p(ter(s)) = \sum_{ter(s) \subseteq Z} P(ter(s))$$

Определение 11 *Эвентологическая регрессия одного двудольного множества событий* $s \subseteq Z$ *на другое двудольное множество событий* $t \subseteq Z$*,* связывающая события-терраски $ter(s)$, $s \subseteq Z$ с событиями-террасками $ter(t)$, $t \subseteq Z$ имеет вид

$$ter(t) = \varphi(ter(s)), \ \ s \subseteq Z.$$

Поставим задачу статистической оценки функции теоретической эвентологической регрессии на уровне α, значение которой на $s \subseteq Z$ определяется как условный α-квантиль случайного множества t по следующей формуле:

$$Q_\alpha(t|ter(s)) = \{ter(t) \subseteq Z : P(ter(t)|ter(s)) \geq \alpha\}$$

Условные вероятности, определяющие, какие элементы $ter(t) \subseteq Z$ принадлежат значению функции Э-регрессии на $s \subseteq Z$, определяются формулами (4).

Рассмотрим пример нахождения функции теоретической регрессии для конкретной практической задачи — задачи посетителя кафе. В ней поведение каждого посетителя кафе характеризуется двудольным множеством случайных событий

$$Z = \{\mathcal{Y}, \mathfrak{X}\} = \{\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2\}.$$

Здесь множественные показатели:

$$\mathfrak{X}_1 = \{x_{11}, x_{12}, x_{13}\} = \\ = \{\text{«закажет чай», «закажет кофе», «закажет сок»}\}$$

$$\mathfrak{X}_2 = \{x_{21}, x_{22}\} = \\ \{\text{«закажет черничный пирожок»}, \\ \text{«закажет вишневый пирожок»}\}$$

Числовые показатели:

$$\mathcal{Y}_1 = \{\text{«сумма заказа в рублях»}\} = \\ \mathcal{Y}_1(r_{11}), \mathcal{Y}^1(r_{12}), \mathcal{Y}^1(r_{13}), \mathcal{Y}^1(r_{14}), \mathcal{Y}^1(r_{15}), \mathcal{Y}^1(r_{16}), \\ = \{\ [0;200], [201;400], [401;600], \\ [601;800], [801;1000], [1001;1200]\ \}$$

$$\mathcal{Y}_2 = \{\text{«количество посещений кафе в месяц»}\} = \\ = \{\mathcal{Y}_2(r_{21}), \mathcal{Y}^2(r_{22}), \mathcal{Y}^2(r_{23}), \mathcal{Y}^2(r_{24}), \mathcal{Y}^2(r_{25})\} = \\ = \{\ [0;3], (3;6], (6;9], (9;12], (12;15]\ \}$$

Рассмотрим два двудольных множества $t = \{\mathcal{Y}_1\}$ и $s = \{\mathcal{Y}_2, \mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2\}$.

Найдем эвентологическую регрессию двудольного множества событий $s \subseteq Z$ на другое двудольное множество событий $t \subseteq Z$. Для этого, как сказано выше, необходимо определить события, входящие в условный α-квантиль случайного множества t по формуле:

$$Q_\alpha(t|ter(s)) = \{ter(t) \subseteq Z : P(ter(t)|ter(s)) \geq \alpha\}.$$

Условные вероятности будут находиться по формулам (4) — формулам условной вероятности для двудольных множеств событий.

Например,

$$P(\mathcal{Y}^1(r_{11}))|ter(\emptyset) = \\ \frac{P(\mathcal{Y}^1(r_{11}) \cap \mathcal{Y}^2(r_{21}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c)}{p(\emptyset)}$$

$$P(\mathcal{Y}^1(r_{11})|ter\{x_{11}\} = \\ \frac{P(\mathcal{Y}^1(r_{11}) \cap \mathcal{Y}^2(r_{21}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c)}{p(\{x_{11}\})}$$

Для того, чтобы построить оценку сет-значений функции теоретической Э-регрессии двудольных множеств в этом примере, надо иметь статистику для оценки этих вероятностей пересечений (в числителе) и вероятностей из Э-распределения p (в знаменателе).

Статистика вероятностей наступления всех возможных событий-террасок была получена в результате опроса, в котором участвовало 50 человек различных возрастных групп.

Подставляем оценки вероятностей пересечений и вероятностей $p(ter(s))$ в эти формулы и получаем оценки условных вероятностей.

$$P(\mathcal{Y}^1(r_{11}))|ter(\emptyset) = 1, ...$$

$$P(\mathcal{Y}^1(r_{16}))|ter\{x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}\} = 1.$$

Сравнивая оценки условных вероятностей с порядком квантиля $\alpha = \frac{1}{3}$ получаем оценки сет-значений функции теоретической Э-регрессии для каждого $ter(s) \subseteq Z$.

Проиллюстрируем это решение на (160×6)-таблице событий-террасок совместного Э-распределения двух исходных двудольных множеств s и t.

$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$					○	
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$	○					
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$	○					
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$	○					
$\mathcal{Y}^2(r_{25}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$	○					
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						○
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$			○			
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						○
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						○
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$		○				
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21}^c \cap x_{22}$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						○
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13} \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$					○	
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12}^c \cap x_{13}^c \cap x_{21} \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11} \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						
$\mathcal{Y}^2(r_{24}) \cap x_{11}^c \cap x_{12} \cap x_{13} \cap x_{21}^c \cap x_{22}^c$						

Baranova Irina, Bogatyreva Nadezda (Krasnoyarsk, Siberian Federal University, Institute of mathematics)

Eventology regression of bipartite sets

Abstract. *In work are considered a classical approach to regression (including pair regression, plural regression and others) and an eventological approach to regression developed by professor O.Ju. Vorob'ov. In article are resulted the concepts of conditional event, conditional probability, conditional eventological distribution and eventological theorem of Bayes. Also we give the determinations of the eventological regression of two sets of events and the bipartite set of the random events. It is received the formula of the eventological regression of the bipartite sets of random events. It is shown the example of application of obtained formula.*

Keywords. *Regress, classical regression, conditional event, conditional E-distribution, eventological regression, bipartite set.*