

ПРИМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ДЛЯ РЕШЕНИЯ И АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Панова А.А., Ефанова У.В.

научный руководитель канд. физ.-мат. наук, доцент Терещенко Ю.А.

Сибирский федеральный университет

Математическая экономика – это сфера теоретической и прикладной научной деятельности, целью которой является математически формализованное описание экономических объектов, процессов и явлений. Математическая экономика является разделом математических методов в экономике — научного направления на стыке экономики и математики, которая применяется в банковском деле, страховании, в работе финансовых организаций, сфере теоретической и прикладной научной деятельности.

Все более широкое распространение получает математическое моделирование для прогнозирования и составления экономической концепции руководства и управления современными предприятиями.

Построение математических моделей является одним из важных этапов в решении задач экономики. Математическое моделирование в экономике, являясь одним из эффективных методов описания сложных социально-экономических объектов и процессов в виде математических моделей. В практику деятельности предприятий в настоящее время входят комбинированные математические модели. Можно предложить следующую классификацию математических моделей по направлениям их использования в рамках современной экономики.

1. На основе линейных целочисленных или нелинейных, динамических, вероятностных задач оптимизации формализуются эконометрические модели оценки риска капиталовложений и анализа эффективности деятельности предприятий и организаций.

2. На основе экономико-статистических методов формализуются модели управления капиталом, активами и пассивами, управления портфелем ценных бумаг.

3. На основе дескриптивных, балансовых, многовариантных, нормативных моделей может быть сымитировано принятие единичных и программных инвестиционно-финансовых решений.[1]

В работе рассматриваются: анализ рисков в экономике и определение страховых случаев, которые основываются на исследовании характеристик дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

Любая сфера человеческой деятельности связана с принятием решений в условиях недостатка информации. Особенно распространены ситуации, когда решение принимается в условиях риска. Под риском принято понимать угрозу потери лицом части своих ресурсов или появления дополнительных расходов в результате осуществления определенной финансовой политики. На практике часто используют безмерную величину риска:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% .$$

Часто при выборе решения руководствуются лишь величиной ожидаемой прибыли. Между тем при принятии каждого решения существует определенный риск. Мерой риска финансового решения будем считать среднее квадратическое отклонение σ основного показателя решения.

Полезность – это некоторое число, приписываемое лицу принимающее решение каждому возможному исходу. У каждого лица принимающего решение есть своя функция полезности, которая показывает его предпочтения тем или иным исходам в зависимости от его отношения к риску [2].

Задача 1. Золотодобывающей компании «Полюс Золото» предлагают три инвестиционных проекта по проведению геологоразведочных работ по россыпному золоту на Нежданнинском месторождении в республике Саха-Якутия, на Раздоленском месторождении в Восточной Сибири и на Бамском месторождении в Амурской области. Каждый проект имеет разные степени риска и суммы поступления денежных средств. При инвестировании первого проекта компания «Полюс Золото» может получить суммы поступления денежных средств в размере 40 млн. рублей в 20% случаев, 50 млн. рублей в 60% случаев и 60 млн. рублей в 20% случаев. Если компания «Полюс Золото» примет решение об инвестировании второго проекта, то она может получить 50 млн. рублей в 30% случаев, 60 млн. рублей в 50% случаев и 80 млн. рублей в 20% случаев. В случае выбора инвестирования третьего проекта, компания «Полюс Золото» может получить 50 млн. рублей, 70 млн. рублей и 100 млн. рублей в 30%, 30% и 40% случаях соответственно. Определить какой проект наиболее рентабельный и имеет минимальные потери?

Решение.

Для решения такой экономической задачи может быть использована теория вероятностей.

Пусть количество денежных средств – дискретная случайная величина. Составим математическую модель в виде таблицы, где каждому проекту соответствует своя дискретная случайная величина:

| | Проект 1 «Проведение геологоразведочных работ по россыпному золоту на Нежданнинском месторождении в республике Саха-Якутия» | | | Проект 2 «Проведение геологоразведочных работ по россыпному золоту на Раздоленском месторождении в Восточной Сибири» | | | Проект 3 «Проведение геологоразведочных работ по россыпному золоту на Бамском месторождении в Амурской области» | | |
|------------------------------|---|-----|-----|--|-----|-----|---|-----|-----|
| Сумма поступлений, млн. руб. | 40 | 50 | 60 | 50 | 60 | 80 | 50 | 70 | 100 |
| Вероятность события | 0,2 | 0,6 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,4 |

Для каждой представленной дискретной случайной величины, можно найти числовые характеристики, такие как математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение, которые помогут найти степень риска. Сведем значения найденных числовых характеристик в таблицу:

| | Математическое ожидание | Дисперсия | Среднеквадратическое отклонение | Степень риска |
|----------|----------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--|
| Формула | $\bar{x} = \sum_{k=1}^n p_k x_k$ | $S(X) = M(X^2) - \bar{x}^2$ | $\sigma = \sqrt{S(X)}$ | $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$ |
| Проект 1 | 50 млн. руб. | 40 млн. руб. | 6,3 млн. руб. | 12,6 % |
| Проект 2 | 61 млн. руб. | 109 млн. руб. | 10,4 млн. руб. | 17 % |
| Проект 3 | 76 млн. руб. | 444 млн. руб. | 21 млн. руб. | 27,7 % |

Анализируя представленные результаты, можно сделать вывод, что первый проект обладает минимальным риском, однако ожидаемый доход минимален по всем трем проектам и составляет 50 млн. руб. против 76 млн. руб. в третьем проекте. Но по степени риска, наиболее рентабельным для компании «Полюс Золото» будет принять решение о выборе первого проекта.

Задача 2. Компания ОАО «РУСАЛ» заключает сделку с поставщиком - ОАО «Ачинский глиноземный комбинат» на поставку сырья 30 млн. тонн алюминия сроком на 1 год. Вероятность брака составляет 1%. [3] Какую процентную ставку за невыполнение договора должна установить ОАО «РУСАЛ», чтобы в среднем иметь прибыль?

Решение

Фирма, заключившая соглашение с компанией на поставку сырья, совершает поставку, а также платит определенный процент за невыполнение условий договора. Таким образом, можно представить случайную величину, значения которой соответствуют тому, что будут выполнены условия договора или нет. Модель закона распределения случайной величины представлена в таблице:

| | |
|------|------|
| p | -0,3 |
| 0,99 | 0,01 |

Используя в данной задаче такую характеристику случайной величины как математическое ожидание, можно найти процентную ставку за невыполнение договора:

| | |
|---------------------------------|--------------------|
| Математическое ожидание | $0,99p - 0,01 > 0$ |
| Ставка за невыполнение договора | $p > \frac{1}{99}$ |

Из полученных результатов следует, что компания ОАО «РУСАЛ» в среднем будет иметь прибыль, если процентная ставка за невыполнение договора будет выше, чем $\frac{100}{99}\% \approx 1,01\%$. Если процентная ставка будет ниже 1,01%, то в случае невыполнения договора поставщиком, компания ОАО «РУСАЛ» понесет убытки.

Задача 3. Компания ОАО «РУСАЛ» заключает договора поставки алюминия сроком на 1 год на 30 млн. тонн. Страховой случай происходит с вероятностью $p=0,01$ и не происходит с вероятностью $q=0,99$. Количество поставок в год $n=10$. [3] Какой объем страховых запасов должна установить компания ОАО «РУСАЛ», чтобы не понести убытков?

Решение

При построении математической модели используем нормальный закон распределения случайных величин X_i — количества страховых запасов (0 — если страховой случай не наступил и 1 — если наступил):

Модель закона распределения случайной величины X_i

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| q | p |

Этот анализ и производится методами теории вероятностей и математической статистики. Для случайной величины построенной модели можно найти математическое ожидание, а также дисперсию и задать вероятность того, что компания ОАО «РУСАЛ» не понесет убытки.

Вычисленные значения числовых характеристик сведем в таблицу:

| | Формула | |
|--|------------------------------|------------------|
| Математическое ожидание | $MX = n \cdot p$ | 0,1 млн. тонн. |
| Дисперсия | $DX = n \cdot p \cdot q$ | 0,099 млн. тонн. |
| Вероятность того, что компания не понесет убытки | $\gamma = P(X < n\tilde{p})$ | 0,99 |

Используя нормальный закон распределения для случайной величины X , имеем [4]:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \cdot \int_{-\infty}^{n\tilde{p}} e^{-\frac{(x-np)^2}{2npq}} dx = \frac{1}{2} + \phi\left(\frac{n(\tilde{p} - p)}{\sqrt{npq}}\right).$$

Полученные данные при использовании функции Лапласа для решения задачи, представлены в таблице:

| Функция Лапласа для случайных случаев ОАО «РУСАЛ» | Значение Функции Лапласа для случайных случаев ОАО «РУСАЛ» | Страховой запас для ОАО «РУСАЛ» |
|--|--|---------------------------------|
| $0,99 = \frac{1}{2} + \phi\left(\frac{10(\tilde{p} - 0,01)}{\sqrt{10 \cdot 0,01 \cdot 0,99}}\right)$ | $\frac{10(\tilde{p} - 0,01)}{\sqrt{10 \cdot 0,01 \cdot 0,99}} = 2,5$ | $\tilde{p} \approx 0,089$ |

При решении задачи были получены следующие результаты: страховой запас компании ОАО «РУСАЛ» должен составлять 0,089 млн. тонн алюминия. Если объем страхового запаса будет не соответствовать полученным данным, то компания будет иметь убытки.

Таким образом, изучив основные приемы математического моделирования, а также методику вычисления числовых характеристик случайных величин, можно отметить, что целью решения экономических задач является анализ изучаемого явления. Анализ отображает явления в целом и вместе с этим учитывает влияние каждого фактора в отдельности. На основании проведенного в работе анализа можно учитывать и прогнозировать факторы, негативно и положительно влияющие на развитие событий.

В работе представлено как числовые характеристики случайных величин обеспечивают представление важной информации об уровне и возможностях развития предприятия: его экономическом положении, динамике доходов, финансирования, инвестиций, а также помогают проанализировать риски. Информация, полученная путем анализа числовых характеристик случайных величин, является одним из решающих ориентиров экономической политики.

Применив математическое моделирование в экономике, в работе при решении экономических задач анализируется, как в настоящее время используются такие комбинированные, многофункциональные математические модели, которые ранее были объектом только теоретических исследований.

Список литературы

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. М.: МГУ им М.В. Ломоносова. ДИС.- 2001.- 368 с.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика в экономике. Математические методы и модели. – 2007. - 464 с.
3. Финансовая отчетность компании ОАО «РУСАЛ» по стандартам IFRS за 2010-2011 гг. и управленческая отчетность за 2008-2011 гг.

4. Артамонов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика.
Углубленный курс. -2008. - 100 с.