

Theoretical and Applied Heat Engineering Теоретическая и прикладная теплотехника

EDN: ACYEQM

УДК 536.46

Modeling of Methane-Air Flames

Aleksander A. Dekterev and Artem A. Dekterev*
*Institute of Thermophysics S. S. Kutateladze SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Received 24.01.2025, received in revised form 26.01.2025, accepted 28.01.2025

Abstract. The article is devoted to the development and testing of a mathematical model of methane-air flame combustion. Comparison of the calculation results with experimental data showed that the use of EDC and PDF combustion models with flamelets using detailed kinetic mechanisms in combination with eddy-resolving turbulence models provides the best results for all flames. However, such modeling requires significant computational resources. In some cases, simpler combustion models in combination with RANS/URANS turbulence models are sufficient to obtain acceptable results. To obtain correct modeling results when performing industrial cfd calculations, a preliminary analysis of the possibility of correctly using RANS turbulence models and simple kinetic mechanisms is necessary.

Keywords: methane-air flame, burner, mathematical modeling, turbulence, combustion model, kinetic reaction mechanism

Acknowledgements. The article was prepared with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian, Agreement 24.04.2024 № 075–15–2024–543.

Citation: Dekterev A. A., Dekterev Ar. A. Modeling of Methane-Air Flames. J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2025, 18(2), 272–294. EDN: ACYEQM



Моделирование метановоздушных пламен

Ал. А. Дектерев, Ар. А. Дектерев
*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
Российская Федерация, Новосибирск*

Аннотация. Статья посвящена разработке и тестированию математической модели горения метановоздушных пламен. Сравнение результатов расчета с данными экспериментов показали,

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: dek_art@mail.ru

что использование моделей горения EDC и PDF с флэймлетами с применением детальных кинетических механизмов в сочетании с вихреразрешающими моделями турбулентности обеспечивает наилучшие результаты для всех пламен. Однако для такого моделирования требуются значительные вычислительные ресурсы. В ряде случаев для получения приемлемых результатов достаточно и более простых моделей горения в сочетании с RANS/URANS-моделями турбулентности. Для получения правильных результатов моделирования при выполнении прикладных расчетов необходим предварительный анализ возможности корректного использования RANS-моделей турбулентности и простых механизмов реагирования.

Ключевые слова: метановоздушное пламя, горелка, математическое моделирование, турбулентность, модель горения, кинетический механизм реагирования.

Acknowledgements. Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, Соглашение от 24.04.2024 № 075–15–2024–543.

Цитирование: Дектерев Ал. А. Моделирование метановоздушных пламен / Ал. А. Дектерев, Ар. А. Дектерев // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2025, 18(2). С. 272–294. EDN: ACYEQM

Введение

Горение метановоздушных пламен широко распространено в природе и технике. Большинство технологических процессов, поддерживающих жизнеобеспечение людей, основаны на использовании горения метана: энергетика, транспорт, металлургия, нефтехимия и другие [1–4]. Оптимизация и развитие таких систем невозможны без детального исследования и моделирования процесса горения. Все большее распространение в промышленности для решения мультифизических задач находят методы вычислительной гидродинамики. Они позволяют ускорить процессы проектирования и оптимизации изделия, что способствует снижению финансовых затрат на проект. При этом частично отпадает необходимость в дорогостоящих экспериментах, поскольку появляется возможность оптимизировать конструкцию изделия на основе его виртуальной модели. Для расчета турбулентных метановоздушных пламен требуется комплексная численная методика, аккуратно учитывающая турбулентность, сложный теплообмен, в том числе радиационный, включающая модель горения с многостадийными кинетическими механизмами и адекватным учетом взаимодействия термохимических процессов с турбулентностью. При этом методика расчета должна быть достаточно экономична в части вычислительных ресурсов, что позволяет при использовании современных вычислительных систем за приемлемое время получать результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Статья посвящена разработке и тестированию методики численного моделирования метановоздушных пламен, а также опыту ее применения при решении прикладных задач.

1. Математическая модель

1.1. Моделирование турбулентного течения

Для многокомпонентных реагирующих течений необходимо решение уравнений сохранения массы, импульса, энергии, сохранения газовых компонент и уравнений переноса для турбулентных характеристик потока. В настоящее время используются два подхода для моделирования турбулентных течений – это подход, основанный на применении уравнений переноса, осредненных по Рейнольдсу – RANS-методы, и подход, основанный на разрешении крупных вихрей – LES-методы. Основные уравнения представлены ниже:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (1)$$

Выражение (1) представляет собой общий вид уравнения сохранения массы и применимо как для несжимаемых, так и сжимаемых потоков. S_m – источниковый член, описывающий обмен массой, происходящий при испарении или конденсации капель дисперсной фазы.

Сохранение импульса в инерционной системе отсчета описывается уравнением (2)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (2)$$

где p – статическое давление, $\bar{\tau}$ – тензор напряжений, описанный ниже, а $\rho \vec{g}$ и \vec{F} – соответственно сила гравитации и внешняя массовая сила.

Тензор напряжений имеет вид

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right],$$

где μ – молекулярная вязкость, I – единичный тензор. Второй член в правой части описывает эффект объемного расширения.

RANS-модель турбулентности k- ω MSST

Наименее вычислительно затратными являются RANS-модели турбулентности. Разработан широкий набор RANS-моделей турбулентности. Это модели, основанные на привлечении гипотезы турбулентной вязкости – однопараметрическая модель – SA [5], Спаларта Алмараса, двухпараметрические – k- ϵ и k- ω , четырехпараметрическая V2F (Дурбин) и RSM [6] модели с уравнениями на напряжения Рейнольдса. Последнее десятилетие наиболее широко используется RANS-модель турбулентности, предложенная Ментором k- ω MSST [7].

Транспортные уравнения для турбулентных характеристик в k- ω MSST (3):

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} k) = \nabla \cdot ((\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k) + \rho \bar{P}_k - \beta^* \rho k \omega, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \omega) &= \nabla \cdot ((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega) + \\ &+ \frac{\gamma \rho P}{\mu_t} - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) \cdot D_{cross}. \end{aligned}$$

Для члена генерации кинетической энергии турбулентности вводится ограничитель:

$$\bar{P}_k = \min(P, 20\beta^* \rho \omega k), P = \frac{\tau_{ij}^t \partial \bar{v}_i}{\rho \partial x_j}.$$

Второе уравнение записывается для определения удельной диссипации кинетической энергии турбулентности ω :

$$\omega = \frac{\epsilon}{\beta^* k},$$

где константа $\beta^* = 0,09$ совпадает с константой C_μ в модели k- ϵ .

Последний член в правой части второго уравнения называется кросс-диффузионным и составляет основное отличие моделей k- ϵ и k- ω :

$$D_{cross} = \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \right).$$

Величина F_1 представляет собой один из переключателей, обеспечивающих плавный переход от модели k - ω к модели k - ε при удалении от твёрдых стенок. Она стремится к единице при приближении к стенкам и к нулю при отдалении от стенок:

$$F_1 = \begin{cases} 1, & d \rightarrow 0; \\ 0, & d \rightarrow \infty, \end{cases}$$

где d – расстояние до ближайшей стенки.

В модели k - ω SST используются два переключателя: F_1 и F_2 . Весовая функция F_1 используется для переключения между моделями k - ε и k - ω . Для этого (помимо включения/выключения кросс-диффузионного члена) константы модели определяются как взвешенное среднее соответствующих констант моделей k - ε и k - ω :

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1) \quad \phi = \{\sigma_k, \sigma_\omega, \gamma, \beta\},$$

где индекс 1 относится к пристеночному слою, а индекс 2 – к свободным сдвиговым слоям. Таким образом, при $F_1 = 1$ используется модель k - ω (с некоторыми модификациями), а при $F_1 = 0$ – стандартная k - ε модель. Значения эмпирических констант приведены в табл. 1, причём константа $\kappa = 0,41$.

Весовая функция зависит от расстояния до стенки d и определяется следующими выражениями:

$$arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{k^{1/2}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\mu}{\rho \omega d^2} \right); \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right].$$

Здесь используется положительное значение кросс-диффузионного члена:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega; 10^{-10} \right).$$

Вторая весовая функция F_2 используется для переключения между формулами Бредшоу для турбулентных напряжений и связкой Колмогорова для турбулентной вязкости. В итоге выражение для турбулентной вязкости принимает вид

$$\mu_t = \rho \frac{\kappa}{\omega} \cdot \frac{a_1}{\max(a_1; F_2 \frac{\Omega}{\omega})},$$

где $a_1 = 0.31$ – эмпирическая константа.

Таблица 1. Эмпирические константы

Table 1. Empirical constants

	σ_k	σ_ω	γ	β
1 (модель k - ω)	0,85	0,5	$\frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$	0,075
2 (модель k - ε)	1,0	0,856	$\frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$	0,0828

Метод крупных вихрей – LES

В подходе крупных вихрей (LES) крупные вихри разрешаются напрямую [6], а мелкие моделируются с помощью модели подсеточной вязкости. Таким образом, по доле разрешаемых масштабов LES стоит между методами RANS и прямым численным моделированием на базе уравнения Навье-Стокса (DNS).

Составляющие тензора подсеточных напряжений $\tau_{i,j}$ определяются из соотношения, похожего на соотношение Буссинеска для RANS-моделей турбулентности:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\mu_t\bar{S}_{ij}.$$

Здесь \bar{S}_{ij} – тензор скоростей деформации:

$$\bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right).$$

Для вычисления подсеточной вязкости μ_t в ходе данной работы использовалась модель WALE (Wall-Adapting-Local-Eddy-Viscosity). Вихревая вязкость в этой модели вычисляется как

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{S}_{i,j}\bar{S}_{i,j})^{\frac{5}{2}} + (S_{i,j}^d S_{i,j}^d)^{\frac{5}{4}}},$$

где L_s и $S_{i,j}^d$ определяются как

$$L_s = \min\left(kd, C_w V^{\frac{1}{3}}\right);$$

$$S_{i,j}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{i,j}^2 + \bar{g}_{j,i}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{k,k}^2, \bar{g}_{i,j} = \frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j},$$

где $k=0.41$ – это константа фон Кармана. Опубликованное значение константы C_w для WALE равно 0.5; однако интенсивная проверка в ходе исследовательского проекта Европейского союза с участием разработчиков оригинальной модели показала неизменно лучшие результаты с $C_w = 0.325$, и поэтому именно это значение используется в качестве значения по умолчанию. С помощью этого пространственного оператора модель WALE позволяет правильно описывать асимптотическое пристеночное поведение (y^3) для ограниченных стенкой потоков.

Еще одно преимущество модели WALE – это то, что она дает нулевую турбулентную вязкость для ламинарных сдвиговых потоков. Это позволяет правильно обрабатывать ламинарные зоны в расчетной области. Многие другие модели дают ненулевую турбулентную вязкость в таких областях.

*1.2. Моделирование теплообмена**Уравнение переноса энергии*

Используем уравнение энергии в следующем виде (4):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) =$$

$$= \nabla \cdot \left(k_{eff} \nabla T - \sum_j h_j \vec{J}_j + (\bar{\tau} \cdot \vec{v}) + S_h \right), \quad (4)$$

где k_{eff} – эффективный коэффициент теплопроводности ($k+k_t$), где k_t – коэффициент турбулентной теплопроводности, определяемый моделью турбулентности. \vec{J}_j – диффузионный поток компоненты j . Первые три члена правой части уравнения описывают перенос энергии за счет теплопроводности, диффузии компонент и вязкой диссипации соответственно. S_h – источник тепла за счет теплоты химических реакций и других механизмов:

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2},$$

где h – энтальпия, для идеального газа определяемая как

$$h = \sum_j Y_j h_j,$$

для несжимаемых потоков –

$$h = \sum_j Y_j h_j + \frac{p}{\rho}.$$

Y_j – массовая доля j -ой компоненты газовой смеси

$$h_j = \int_{T_{ref}}^T c_{p,j} dT,$$

где $T_{ref}=298.15$ K.

Моделирование радиационного теплообмена

Уравнение радиационного теплообмена (RTE) для поглощающей, излучающей и рассеивающей среды в положении \vec{r} и направлении \vec{s} выглядит следующим образом (5):

$$\begin{aligned} \frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} + (a + \sigma_s)I(\vec{r}, \vec{s}) = \\ = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega', \end{aligned} \quad (5)$$

где \vec{r} – вектор положения; \vec{s} – вектор направления; \vec{s}' – вектор направления рассеяния; s – длина свободного пробега; a – коэффициент поглощения; n – коэффициент преломления; σ_s – коэффициент рассеяния; σ – постоянная Стефана-Больцмана; I – интенсивность излучения, которая зависит от положения \vec{r} и направления \vec{s} ; T – локальная температура; Ω' – телесный угол; $(a + \sigma_s)$ – это так называемая оптическая толщина среды.

Существует множество моделей для решения этого уравнения в рамках CFD. В ходе данной работы применялась модель Дискретных ординат.

Выбор модели коэффициента поглощения среды для уравнения радиационного теплообмена является отдельной большой задачей при моделировании лучистого теплообмена. Моделей расчета коэффициента поглощения достаточно много – от детальных и трудоемких подходов до грубого приближения. Хорошо зарекомендовавшим подходом для задач турбулентного горения является метод взвешенной суммы серых газов (WSGGM). В WSGG-модели

спектральная зависимость коэффициента поглощения газа представляется в виде суммы взвешенных серых газов. Таким образом, реальный газ заменяется конечным числом серых газов, для каждого из которых независимо решается уравнение радиационного теплопереноса.

1.3. Моделирование горения

Уравнения переноса компонент

При решении уравнений сохранения химических компонент рассчитываются локальные массовые доли каждой компоненты Y_i , решая конвективно-диффузионное уравнение для i -ой компоненты. Это уравнение сохранения имеет следующий общий вид (6):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \nabla(\rho \vec{v} Y_i) = -\nabla \vec{J}_i + R_i + S_i, \quad (6)$$

где R_i – скорость изменения i -ой компоненты в ходе химической реакции, а S_i – скорость изменения i -ой компоненты за счет добавок от дисперсной фазы. Уравнение (12) решается для $N-1$ компоненты, где N – общее число химических компонент, представленных в системе. Таким образом, массовая доля всех компонент должна равняться единице, N -ая массовая доля определяется как единица за вычетом суммы $N-1$ массовых долей. Для уменьшения численной ошибки в качестве N -ой компоненты выбирается компонента с наибольшей массовой долей, например, N_2 для случая, когда окислителем является воздух.

Для турбулентных потоков массовую диффузию определяем следующим образом:

$$\vec{J}_i = -\left(\rho D_{i,m} + \frac{\mu_t}{Sc_t}\right) \nabla Y_i - D_{T,i} \frac{\nabla T}{T}, \quad (7)$$

где Sc_t – турбулентное число Шмидта ($\frac{\mu_t}{\rho D_t}$, где μ_t – турбулентная вязкость и D_t – турбулентная диффузия). По умолчанию Sc_t равняется 0.7. Турбулентная диффузия обычно существенно превышает ламинарную диффузию, и определение детальных значений ламинарной диффузии в турбулентных потоках, как правило, не требуется.

Для большинства многокомпонентных перемешиваемых потоков, перенос энтальпии вследствие диффузии компонент

$$\nabla \cdot \sum_{i=1}^n h_i \vec{J}_i$$

может иметь значительное влияние на поле энтальпии и должен учитываться. В частности, когда число Льюиса

$$Le_i = \frac{k}{\rho c_p D_{i,m}}$$

для любой компоненты далеко от единицы, пренебрежение этим членом может привести к значительным ошибкам. Здесь k – это коэффициент теплопроводности.

Описание моделей горения

Скорости реакций, которые входят как источниковые члены для турбулентных потоков, могут вычисляться одним из следующих способов:

– Ламинарная модель с конечной скоростью реагирования (Laminar Finite-rate model): эффект турбулентных флуктуаций игнорируется, скорости реакций определяются через кинетические выражения Аррениуса;

– Модель диссипации вихря (Eddy-dissipation/eddy-break-up model): предполагается, что скорости реакций контролируются турбулентностью, что позволяет избежать ресурсоемких расчетов химической кинетики Аррениуса. Модель не требует больших вычислительных ресурсов, но для получения правдоподобных результатов могут использоваться только малостадийные механизмы реагирования;

– Модель концепции диссипации вихря (Eddy-dissipation-concept model): детальная химическая кинетика по Аррениусу может совмещаться с разрешением турбулентной структуры пламени. Вычисления детальной химической кинетики могут быть достаточно ресурсозатратными.

Обобщенная конечно-скоростная формулировка подходит для широкого спектра приложений, таких как ламинарные или турбулентные системы реагирования и системы горения с предварительно перемешанными, не перемешанными или частично перемешанными пламенами.

*Ламинарная модель с конечной скоростью реагирования –
Laminar finite-rate model*

В Ламинарной конечно-скоростной модели вычисляются источниковые члены за счет химического реагирования, используя выражения Аррениуса, и игнорируется влияние турбулентных пульсаций. Модель является точной для ламинарного пламени, но, как правило, для турбулентного пламени дает неправильные результаты из-за высокой нелинейности химической кинетики. Тем не менее ламинарная модель может использоваться для расчета горения с относительно медленной химией и слабым взаимодействием химии с турбулентностью, например, в сверхзвуковых пламенах.

Источниковый член i -ой химической компоненты рассчитывается как сумма источников Аррениуса по числу N_R реакций, в которых участвует компонента

$$R_i = M_{\omega,i} \sum_{r=1}^{N_R} \hat{R}_{i,r},$$

где $M_{\omega,i}$ – молекулярный вес i -ой компоненты и $\hat{R}_{i,r}$ – Аррениусова молярная скорость создания/уничтожения i -ой компоненты в реакции r . Реакция может происходить в объеме и на поверхности стенок.

Рассмотрим запись g -ой реакции в общей форме:

$$\sum_{i=1}^N \nu'_{i,r} \Psi_i k_{f,r} \sum_{i=1}^{N\Sigma_i} \nu'_{i,r}$$

где N – количество химических компонент в системе; $\nu'_{i,r}$ – стехиометрический коэффициент для i -го реагента в реакции r ; $\nu'_{i,r}$ – стехиометрический коэффициент для i -го продукта в реакции r ; Ψ_i – символ, обозначающий i -ую компоненту; $k_{f,r}$ – константа прямой скорости для реакции g ; $k_{b,r}$ – константа обратной скорости для реакции g .

Выражение справедливо как для обратимых, так и для необратимых реакций. Для необратимых реакций коэффициент обратной скорости $k_{b,r}$ просто опускается.

Для необратимых реакций молярная скорость создания/уничтожения i -ой компоненты в реакции r ($\hat{R}_{i,r}$ – в уравнении) записывается как

$$\hat{R}_{i,r} = \Gamma(v''_{i,r} - v'_{i,r}) \left(k_{f,r} \prod_{j=1}^N [C_{j,r}]^{\eta'_{j,r} - \eta''_{j,r}} \right),$$

где $C_{j,r}$ – молярная концентрация j -ой компоненты в реакции r (кгмоль/м³); $\eta'_{j,r}$ – показатель экспоненты для j -го реагента в реакции r ; $\eta''_{j,r}$ – показатель экспоненты для j -го продукта в реакции r .

Для обратимой реакции молярная скорость создания/уничтожения i -ой компоненты в реакции r записывается как

$$\hat{R}_{i,r} = \Gamma(v''_{i,r} - v'_{i,r}) \left(k_{f,r} \prod_{j=1}^N [C_{j,r}]^{\eta'_{j,r}} - k_{b,r} \prod_{j=1}^N [C_{j,r}]^{\eta''_{j,r}} \right).$$

Отметим, показателем экспоненты для обратной части реакции в уравнении всегда является стехиометрический коэффициент компоненты-продукта $v''_{j,r}$. Γ – параметр, описывающий влияние третьих тел на скорость реагирования:

$$\Gamma = \sum_j^N \gamma_{j,r} C_j,$$

где $\gamma_{j,r}$ – эффективность третьих тел j -го компонента в реакции r .

Константа прямой скорости $k_{f,r}$ для реакции r вычисляется с использованием выражения Аррениуса

$$k_{f,r} = A_r T^{\beta_r} e^{-E_r/RT},$$

где A_r – предэкспоненциальный множитель; β_r – температурная экспонента (безразмерная); E_r – энергия активации для реакции (Дж/кгмоль); R – универсальная газовая постоянная (Дж/кгмоль-К).

Для обратимой реакции константа обратной скорости для реакции r , $k_{b,r}$ вычисляется из константы прямой скорости с использованием следующего выражения:

$$k_{b,r} = \frac{k_{f,r}}{K_r},$$

где K_r – константа равновесия для r -ой реакции, вычисляемая как

$$K_r = \exp\left(\frac{\Delta S_r^0}{R} - \frac{\Delta H_r^0}{RT}\right) \left(\frac{p_{atm}}{RT}\right)^{\sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r})},$$

где p_{atm} – атмосферное давление (101325 Па).

Выражение под экспонентой представляет изменение свободной энергии Гиббса, и его компоненты выражаются следующим образом:

$$\frac{\Delta S_r^0}{R} = \sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r}) \frac{S_i^0}{R};$$

$$\frac{\Delta H_r^0}{RT} = \sum_{i=1}^N (v''_{i,r} - v'_{i,r}) \frac{h_i^0}{RT},$$

где S_i^0 и h_i^0 – энтропия и энтальпия (теплота образования) стандартного состояния.

*Модель диссипации вихря – The Eddy-Dissipation Model
(Eddy-break-up model)*

Большинство топлив быстро сгораемы, и общая скорость реагирования контролируется турбулентным перемешиванием. В неперемешанных пламенах турбулентность доставляет топливо и окислитель в зону перемешивания, где они быстро сгорают. В перемешанных пламенах турбулентность доставляет холодные реагенты и горячие продукты реакции в зону реагирования, где быстро происходит реакция. В тех случаях, когда горение ограничено перемешиванием, скоростью химического реагирования иногда пренебрегают.

B. Spalding предложил, а Magnussen и Hjertager [8] доработали модель, учитывающую взаимодействие турбулентности и химического реагирования, которая называется моделью распада турбулентного вихря (eddy dissipation model).

Скорость производства i -ой компоненты в ходе реакции r , $R_{i,r}$, определяется как наименьшее из двух нижеследующих выражений:

$$R_{i,r} = v'_{i,r} M_{\omega,i} A \rho \frac{\varepsilon}{k} \min \left(\frac{Y_R}{v'_{R,r} M_{\omega,R}} \right);$$

$$R_{i,r} = v'_{i,r} M_{\omega,i} A B \frac{\varepsilon}{k} \frac{\sum_P Y_P}{\sum_j^{N\Sigma} v'_{j,r} \omega_j},$$

где Y_P – это массовая доля компонента-продукта, P ; Y_R – это массовая доля компонента-реагента, R ; A – эмпирическая константа, равная 4.0; B – эмпирическая константа, равная 0.5.

Скорость химического реагирования зависит от временного масштаба крупных вихрей k/ε . Горение происходит всякий раз, когда присутствует турбулентность ($k/\varepsilon > 0$), горение инициируется без применения источника зажигания. Это, как правило, приемлемо для неперемешанных пламен, но в перемешанных пламенах реагенты будут гореть всегда, как только они попадают в расчетную область, даже выше по течению стабилизатора пламени. Чтобы это исправить, используется гибридная модель (finite rate/eddy dissipation), по которой рассчитываются скорости реагирования и по уравнению Аррениуса, и по уравнениям модели eddy dissipation. Итоговая скорость реагирования берется как минимальное значение из этих двух скоростей. На практике скорость реагирования по Аррениусу действует как кинетический “переключатель”, предотвращающий реагирование до стабилизатора пламени. Как только пламя зажигается, скорости, рассчитанные по модели eddy dissipation, как правило, меньше, чем скорости, рассчитанные по уравнениям Аррениуса, и реакции являются ограниченными смешением.

*Модель концепции диссипации вихря –
The Eddy-Dissipation-Concept (EDC) Model*

Модель Eddy-Dissipation-Concept (EDC) является расширением модели Eddy Dissipation (eddy break-up) для учета детальных химических механизмов в турбулентных потоках [9]. Она предполагает, что реакция происходит в мелких турбулентных структурах, так называемых тонких масштабах. Доля длины тонких масштабов вычисляется как

$$\xi^* = C_\xi \left(\frac{\nu \varepsilon}{k^2} \right),$$

где * обозначает тонкомасштабные величины, а C_ξ – константа объемной доли, равная 2.1377; ν – кинематическая вязкость.

Объемная доля тонких структур рассчитывается как ξ^{*3} . Предполагается, что компоненты реагируют в тонких структурах в течение временного масштаба:

$$\tau^* = C_\tau \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где C_τ – это постоянная временного масштаба, равная 0.4082.

Предполагается, что горение в мелком масштабе происходит при постоянном давлении, с начальными условиями для текущей компоненты и температурой в ячейке. Реакция происходит в течение временного масштаба τ^* , регулируемая скоростью реакции Аррениуса.

Источниковый член в уравнении сохранения для средней i -ой компоненты моделируется как

$$R_i = \frac{\rho(\xi^*)^2}{\tau^*[1 - (\xi^*)^3]} (Y_i^* - Y_i),$$

где Y_i^* – тонкомасштабная массовая доля i -ой компоненты после реагирования в течение τ^* .

Модель EDC может включать подробные химические механизмы в турбулентных реагирующих потоках. Однако численное интегрирование многостадийных механизмов достаточно затратно в плане вычислительных ресурсов. Следовательно, модель должна использоваться только в случаях, где приближение быстрой химии является некорректным, таких как моделирование медленного выгорания CO.

Модель EDC PASR

Стандартная модель EDC успешно применялась для моделирования взаимодействия турбулентности и химии за счет использования подробных химических механизмов. Однако основным недостатком стандартной модели EDC является то, что ни постоянная характерного пространственного масштаба, ни постоянная временного масштаба не зависят от локальных переменных потока и химического состава. Исследования показали ограничения стандартной модели EDC.

Несколько авторов предложили обобщение модели EDC для приложений к более широкому режиму пламен. Концептуально она аналогична стандартной модели EDC, но характеризуется другим определением реагирующей объемной доли и временного масштаба:

$$k = \frac{t_c}{t_c + t_{mix}} = \frac{1}{1 + Da};$$

$$\tau^* = Mim(t_c, t_{mix});$$

$$Da = \frac{t_{mix}}{t_c};$$

$$t_c = \max(\rho y_i / \omega_i),$$

где ω_i – скорости реакции в (кг/моль) CH_4 , H_2 , O_2 , H_2O , и CO_2 , поскольку эти более медленные компоненты доминируют в мелких временных масштабах и в более крупной структуре пламени.

Временной масштаб смешения берется как доля интегрального временного масштаба тур-

булентности $\frac{k}{\varepsilon}$:

$$t_{mix} = C_{mix} \frac{k}{\varepsilon},$$

где C_{mix} может быть константой или функцией локального числа турбулентного Рейнольдса. ($Re_T = \mu_t/\mu$),

$$C_{mix} = \left(\frac{C_\mu}{\mu_t/\mu_l} \right)^{(1-\alpha)/2} = (Re_T)^{(\alpha-1)/2};$$

где C_μ – константа модели турбулентности k - ε .

Экспоненциальный коэффициент α выражается как

$$\alpha = \frac{3(D-3)}{1+D},$$

где D – это фрактальная размерность. Значение $D=3$ соответствует временному масштабу Колмогорова, тогда как $D=5$ соответствует интегральному времени.

Модель Flamelet Generated Manifolds (FGM)

Одним из современных методов моделирования турбулентного горения является подход частично перемешанного горения [10] с применением FGM (Flamelet Generated Manifolds) модели. Достоинство такого подхода в том, что он позволяет использовать кинетические механизмы реагирования с большим количеством реакций. Время расчета при этом возрастает не столь значительно, как, например, при использовании модели Eddy Dissipation Concept (EDC). При нестационарных LES-расчетах применение flamelet-методик на сегодняшний день – единственная возможность применять детальные кинетические механизмы с приемлемыми вычислительными затратами.

Модель частично-перемешанного горения является в какой-то мере объединением модели неперемешанного горения и модели перемешанного горения. В рамках модели неперемешанного горения для описания газовой смеси в рассмотрение вводится доля смеси f , которая определяется как

$$f = \frac{Z_i - Z_{i,Ox}}{Z_{i,fuel} - Z_{i,Ox}},$$

где Z – массовая доля атомов горючего и окислителя в смеси.

Далее предполагается, что диффузия и конвекция для всех компонент смеси протекают одинаково (число Льюиса близко к 1). Тогда поведение смеси можно описать, решая следующие конвективно-диффузионные уравнения на долю смеси и ее дисперсию:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{f}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \bar{f}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_\tau}{\sigma_\tau} \nabla \bar{f} \right) + S_m + S_{user}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{f}'^2) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \bar{f}'^2) = \\ = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_\tau}{\sigma_\tau} \nabla \bar{f}'^2 \right) + C_g \mu_\tau (\nabla \bar{f})^2 - C_d \rho \frac{\varepsilon}{\kappa} \bar{f}'^2 + S_{user}. \end{aligned} \quad (9)$$

Далее при помощи функции плотности вероятности можно восстановить любую компоненту смеси:

$$\bar{\varphi} = \varphi(f, \chi_{st}) p(f, \chi_{st}) df d\chi_{st}.$$

В рамках модели перемешанного горения вводится скалярная переменная c , представляющая прогресс реакции от несгоревшей смеси к сгоревшей. Уравнение переноса для c описывает пространственную и временную эволюцию прогресса реакции в турбулентном поле течения. Перед пламенем c определяется как ноль в несгоревших реагентах, а за пламенем $c=1$ в сгоревших продуктах. Внутри пламени c изменяется от нуля до единицы. Пламя распространяется вверх по течению с моделируемой турбулентной скоростью пламени. Уравнение на перенос средней переменной прогресса реакции выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial(\rho \bar{c})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \bar{c}) = \nabla \cdot \left(\left(\frac{k}{C_p} + \frac{\mu_t}{S_{c_t}} \right) \nabla \bar{c} \right) + \rho S_c, \quad (10)$$

где S_{c_t} – турбулентное число Шмидта, равное 0.7; S_c – источниковый член скорости реакции; k – ламинарная температуропроводность смеси; C_p – удельная теплоемкость смеси.

Модель частично перемешанного горения решает уравнение на переменную прогресса (progress variable) \bar{c} , а также уравнение на среднюю долю смеси (mean mixture fraction) \bar{f} и вариацию доли смеси \bar{f}'^2 . Перед фронтом пламени ($c=0$) топливо и окислитель перемешаны, но не сгоревшие, позади фронта пламени ($c=1$) смесь сожжена.

Модель ламинарных флэймлетов предполагает, что пламя – это ансамбль ламинарных флэймлетов, которые имеют внутреннюю структуру, существенно не меняющуюся под действием турбулентности. Эти ламинарные флэймлеты объединяются в турбулентное пламя с помощью статистического усреднения. Модель Flamelet Generated Manifolds (FGM) предполагает, что скалярная эволюция (то есть реализованные траектории на термохимическом многообразии) в турбулентном пламени может быть аппроксимирована скалярной эволюцией в ламинарном пламени. И в модели ламинарных флэймлетов, и в модели FGM все компоненты и температура параметризуются несколькими переменными, такими как доля смеси (mixture-fraction), скалярная диссипация (scalar-dissipation) и/или прогресс реакции (reaction-progress). Уравнения на эти переменные решаются в ходе трехмерного CFD-моделирования.

Модель предварительно перемешанного горения использует ламинарную скорость пламени, которая сильно зависит от состава, температуры и давления несгоревшей смеси. Для адиабатических идеально перемешанных систем поток реагента имеет один состав, и ламинарная скорость пламени постоянна во всей области. Однако в частично предварительно перемешанных системах скорость ламинарного пламени будет изменяться по мере изменения состава реагента (коэффициента эквивалентности), и это необходимо учитывать.

Точные скорости ламинарного пламени трудно определить аналитически, и обычно они измеряются экспериментально или вычисляются с помощью одномерного моделирования.

Механизмы реагирования для метановоздушных пламен

Для анализа влияния детализации механизмов горения в работе использовался детальный механизм реагирования метана GRI 3.0 [11], содержащий 53 компонента и 325 элементарных реакций, также рассматривались сокращенные редуцированные механизмы реагирования с 46 и 58 элементарными реакциями и глобальные двухстадийный (табл. 2) и четырехстадийный механизмы (табл. 3).

Таблица 2. Двухстадийный механизм реагирования метана [12]

Table 2. Two-step methane reaction mechanism [12]

№	Реакция	E_k , Дж/кмоль	A_k , кмоль/(м ³ ·с)	β_k	Степень компонент γ
1	$2\text{CH}_4+3\text{O}_2\rightarrow 2\text{CO}+4\text{H}_2\text{O}$	$2,03\cdot 10^8$	$2,8\cdot 10^{12}$	0	$\gamma_{\text{CH}_4}=-0,3, \gamma_{\text{O}_2}=1,3$
2	$2\text{CO}+\text{O}_2\rightarrow 2\text{CO}_2$	$1,67\cdot 10^8$	$2,91\cdot 10^{12}$	0	$\gamma_{\text{CO}}=1, \gamma_{\text{O}_2}=0,25$

Таблица 3. Четырехстадийный механизм реагирования метана [13]

Table 3. Four-step methane reaction mechanism [13]

№	Реакция	E_k , Дж/кмоль	A_k , кмоль/(м ³ ·с)	β_k	Степень компонент γ
1	$\text{CH}_4+0,5\text{O}_2\rightarrow \text{CO}+2\text{H}_2$	$1,26\cdot 10^8$	$4,4\cdot 10^{11}$	0	$\gamma_{\text{CH}_4}=0,5, \gamma_{\text{O}_2}=1,25$
2	$\text{CH}_4+\text{H}_2\text{O}\rightarrow \text{CO}+3\text{H}_2$	$1,26\cdot 10^8$	$3,1\cdot 10^8$	0	$\gamma_{\text{CH}_4}=1, \gamma_{\text{H}_2\text{O}}=1$
3	$\text{CO}+0,5\text{O}_2+0\text{H}_2\text{O}\rightarrow \text{CO}_2$	$6,69\cdot 10^7$	$2,5\cdot 10^8$	0	$\gamma_{\text{CO}}=1, \gamma_{\text{O}_2}=0,3$
4	$\text{H}_2+0,5\text{O}_2\rightarrow \text{H}_2\text{O}$	$1,46\cdot 10^8$	$7,9\cdot 10^{10}$	0	$\gamma_{\text{H}_2}=1, \gamma_{\text{O}_2}=0,5$

1. Численный метод

При моделировании использовался авторский вычислительный CFD-код SigmaFlow [14] и коммерческий пакет Ansys Fluent. Алгоритмы расчета в обоих кодах близки. Приведенные уравнения переноса решаются посредством численных методов, реализованных на основе метода контрольных объемов, использующего неструктурированные расчетные сетки. Расчетная сетка строится на базе твердотельной CAD-модели, учитывающей реальную пространственную геометрию горелочных устройств и камер сгорания. Для связи поля скорости и давления используется метод SIMPLEC. Аппроксимация членов уравнений переноса производится с применением схем второго порядка точности. Полученные системы алгебраических уравнений решаются с применением вариационных и многосеточных методов. Численная методика позволяет с хорошей эффективностью проводить распределенные вычисления при распараллеливании на большое количество вычислительных ядер.

2. Верификация модели горения метановоздушных пламен

Струйное горение метана в ограниченном пространстве

Тестирование и настройка расчетной модели проводилась с использованием экспериментальных данных о прямоточном горении метана в ограниченной области [15] в открытом пространстве (Flame D) [16] и при горении метана в сильно закрученном потоке, формируемом вихревым соплом на стенде ИТ СО РАН.

Результаты моделирования прямоточного горения в закрытой области (рис. 1, 2) показали, что для данной задачи применение двухстадийного механизма, как для гибридной, так и для EDC-модели, дает завышение температуры. Заметное улучшение дает 4-стадийный механизм. Применение его с обеими моделями дает достаточно хорошее согласование с экспериментальными данными. Применение более сложной схемы реакций с моделью EDC дает очень близкие к 4-стадийной схеме результаты для температуры, CH_4 и O_2 . Небольшие отличия наблюдаются лишь на графиках концентрации CO и CO_2 .

Как видно, для получения достоверных результатов при моделировании прямоточного струйного метановоздушного пламени достаточно использовать простую RANS $k-\omega$ MSST модель турбулентности и четырехстадийный механизм горения в сочетании с гибридной моделью горения.

Струйное горение метана в устройстве с пилотным потоком

Во второй тестовой задаче Sandia Flame D [17] также рассматривается струйное горение метана, но при наличии высокотемпературного пилотного потока газа (рис. 3). Результаты моделирования показали, что для такого типа пламени использование глобальных механизмов реагирования приводит к некорректным результатам (рис. 4). Применение редуцированных механизмов реагирования с большим числом реакций позволяет правильно рассчитать температурные и концентрационные поля. При этом также достаточно использовать $k-\omega$ MSST модель турбулентности.

Закрученное горение метана (сопло ИТ СО РАН)

В технических устройствах часто используются закрученные пламена, поэтому в следующем тесте рассмотрен случай горения метана в сильно закрученном потоке, формируемом вихревым соплом ИТ СО РАН. Число Рейнольдса было $\text{Re} = 5000$, степень крутки $S=1$, коэффициент избытка топлива $\Phi=0,7$. Поток формировался профилированным сужающимся соплом с выходным диаметром $d = 15$ мм (рис. 5).

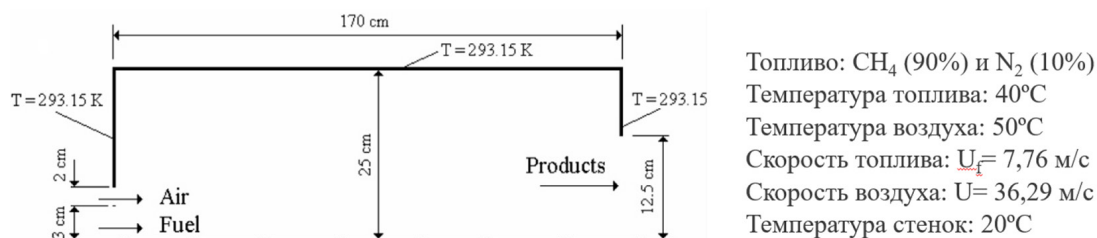


Рис. 1. Геометрия и исходные данные для задачи горения метана в цилиндрической камере

Fig. 1. Geometry and input data for the case of methane combustion in a circular chamber

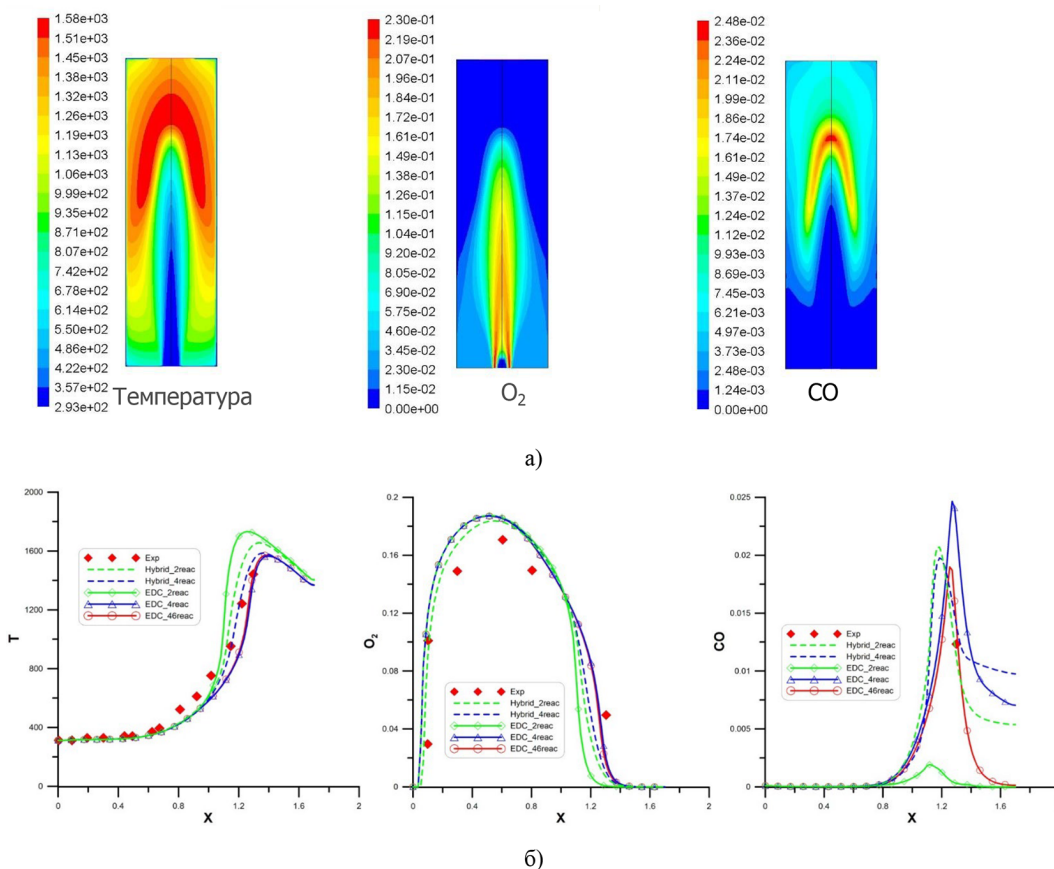


Рис. 2. Результаты моделирования горения метана в цилиндрической камере: а) картины температуры, O₂ и CO в центральном сечении камеры; б) графики температуры, O₂ и CO по центру вдоль камеры

Fig. 2. Results of modeling of methane combustion in a cylindrical chamber: a) temperature, fields of O₂ and CO in the central section of the chamber; б) axial distributions of temperature, O₂ and CO

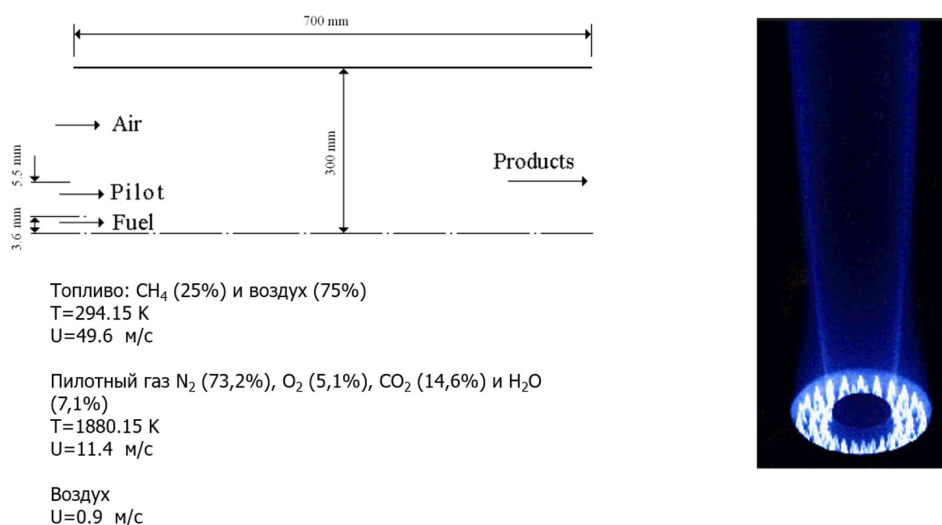


Рис. 3. Геометрия и исходные данные для задачи горения метана в горелке с пилотным газом

Fig. 3. Geometry and initial data for the case of methane combustion in a burner with pilot gas

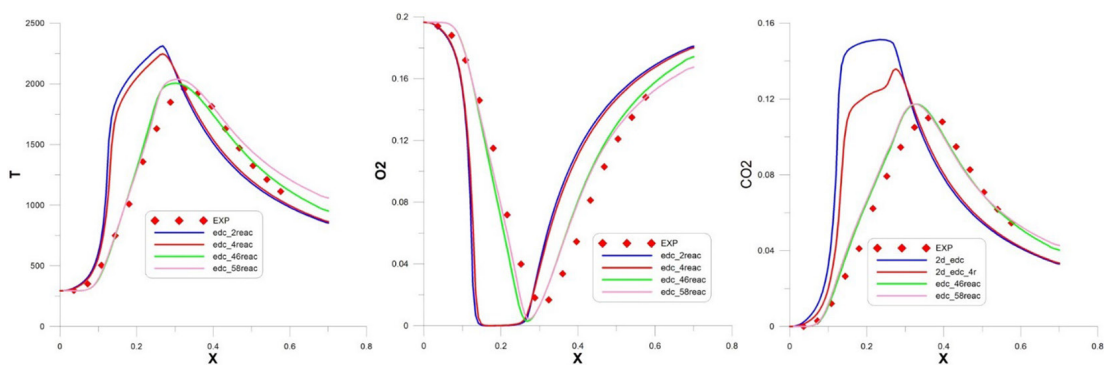


Рис. 4. Результаты моделирования прямооточного пламени с пилотом (Flame D). Графики температуры, концентрации O_2 и CO_2 по оси горелки

Fig.4. Simulation results of piloted jet flame (Flame D). Axial distributions of temperature, O_2 and CO_2

На примере моделирования изотермического течения, формируемого соплом, показано, что использование RANS-модели турбулентности с вихревой вязкостью $k-\omega$ SST приводит к результатам, сильно отличающимся от экспериментальных (рис. 6). Нестационарная RANS-модель рейнольдсовых напряжений (RSM) и вихререзрашающая модель (LES) дали близкие результаты, подобные эксперименту.

Для моделирования турбулентного горения пламени за вихревым соплом была использована методика с применением метода крупных вихрей LES с моделью подсеточной вязкости WALE. В качестве модели турбулентного горения был использован подход частично перемешанного горения с моделью FGM (flamelet generated manifold). Для моделирования кинетики газофазных реакций был применён детальный механизм GRI-Mech 3.0 с 325 реакциями для 53 газовых компонент. В качестве граничных условий на рис. 7 показаны результаты сравне-

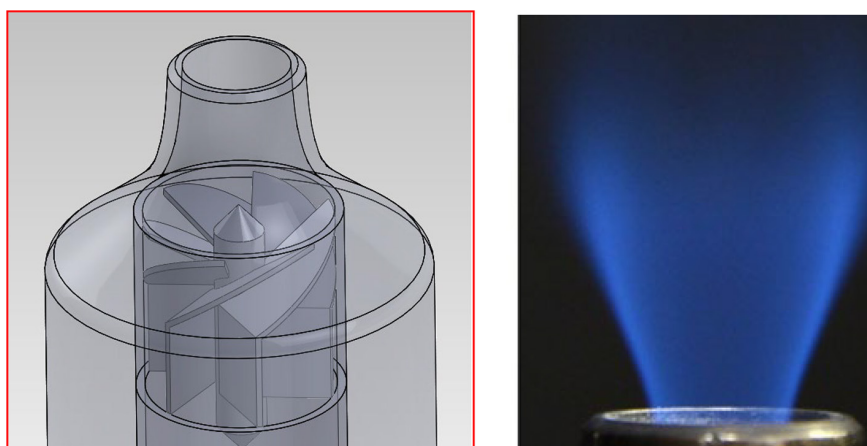


Рис. 5. Геометрия вихревой форсунки ИТ СО РАН и фотография бедного сильно закрученного метановоздушного пламени ($S = 1.0$, $\Phi = 0.7$)

Fig. 5. Geometry of the IT SB RAS vortex nozzle and a photograph of a lean, highly swirling methane-air flame ($S = 1.0$, $\Phi = 0.7$)

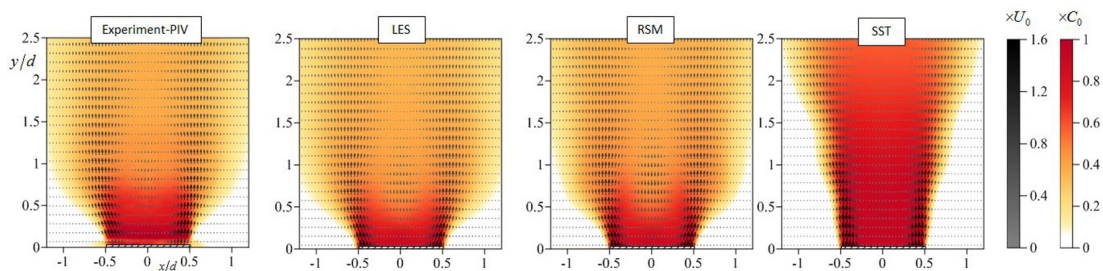


Рис. 6. Результаты сравнения структуры потока, формируемого вихревым соплом ИТ СО РАН при использовании различных моделей турбулентности. Векторы – средняя скорость. Цвет – пассивный скаляр

Fig. 6. Results of comparison of the flow structure formed by the vortex nozzle of the IT SB RAS using different turbulence models. Vectors – average velocity. Color – passive scalar

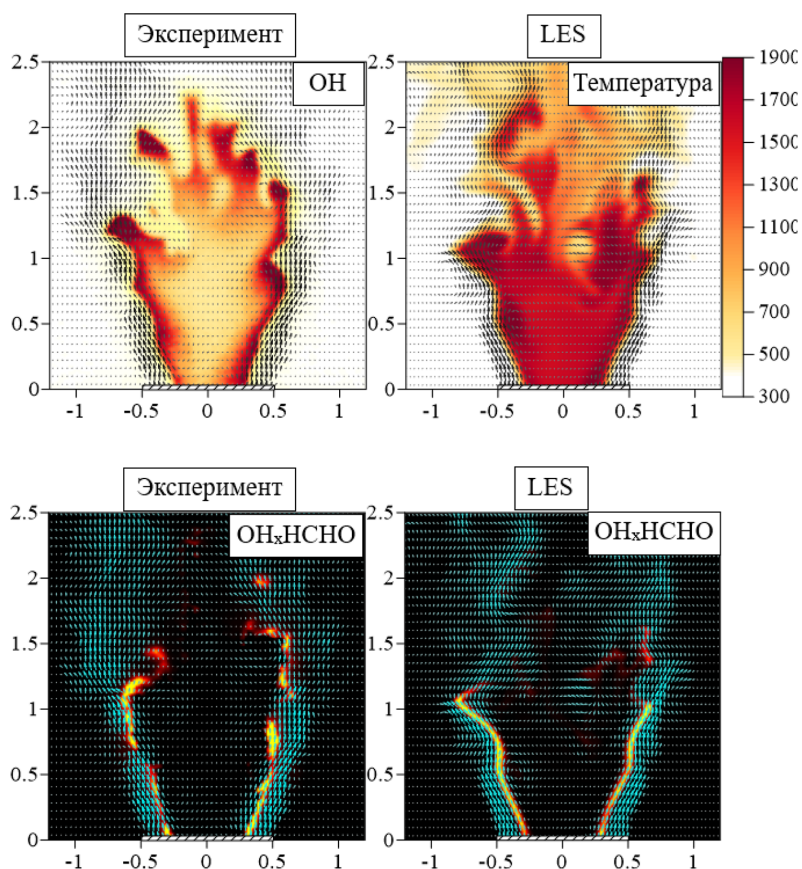


Рис. 7. Распределения мгновенной скорости, температуры и области локального тепловыделения, рассчитанные методом LES, распределения мгновенной скорости и интенсивности флуоресценции OH^* и HCHO для свободных струй с сильной закруткой и горением метановоздушной смеси ($S = 1.0$, $\Phi = 0.7$)

Fig. 7. Distributions of instantaneous velocity, temperature and local heat release area calculated by the LES method, distributions of instantaneous velocity and OH^* and HCHO fluorescence intensity for free jets with strong swirling and combustion of a methane-air mixture ($S = 1.0$, $\Phi = 0.7$)

ния границы фронта пламени и распределения температуры, полученные экспериментально и расчетным путем. На рис. 8 приведены графики сравнения профилей компонент осредненной скорости и пульсаций. Видно, что используемая расчетная модель позволяет хорошо воспроизводить характеристики закрученного реагирующего потока.

На рис. 9 приведены графики концентрации газовых компонент на расстоянии десяти калибров от среза сопла при различных избытках воздуха. Видно, что используемая расчетная модель позволяет хорошо воспроизводить характеристики закрученного реагирующего потока. При этом необходимо использование LES-модели турбулентности, позволяющей воспроизводить нестационарные характеристики сильно закрученного прецессирующего течения, детальный механизм реагирования и модель частично перемешанного пламени.

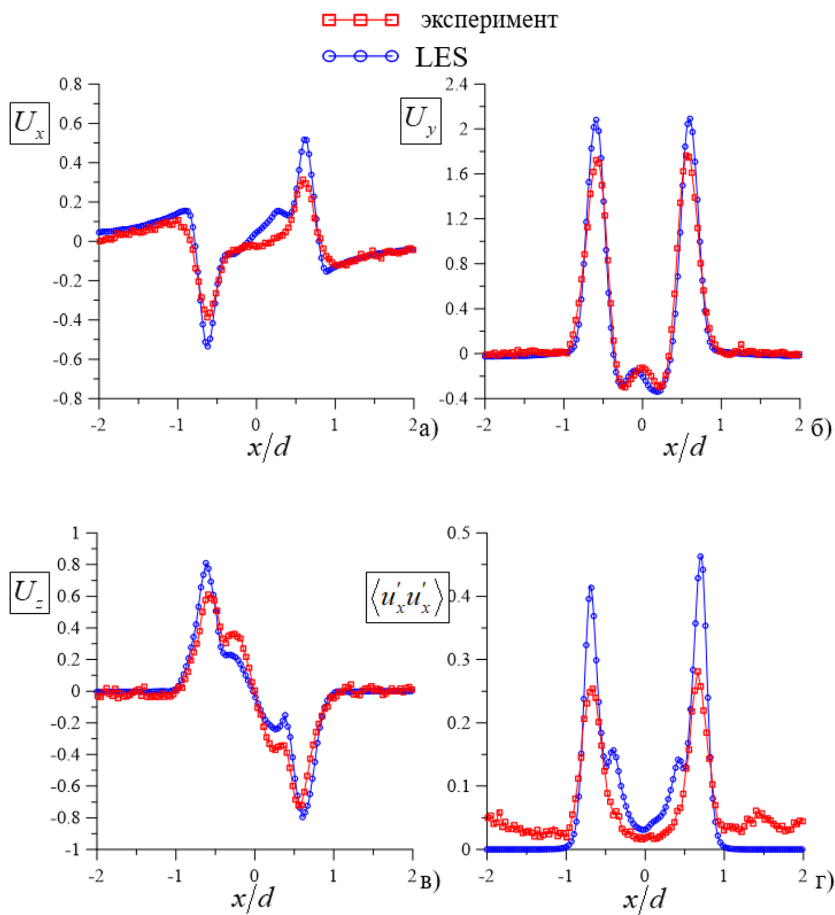
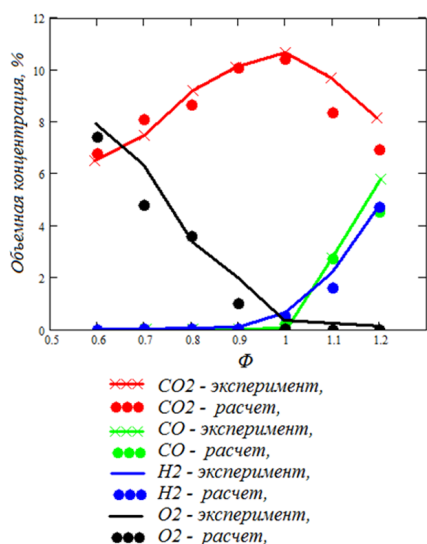


Рис. 8. Профили осредненной радиальной (а), осевой (б) и азимутальной (в) компоненты скорости, пульсации радиальной (г) скорости

Fig. 8. Profiles of the averaged radial (a), axial (б) and azimuthal (в) velocity components, radial velocity pulsations (г)

Газовые компоненты на выходе из камеры сгорания



NO на выходе из камеры сгорания

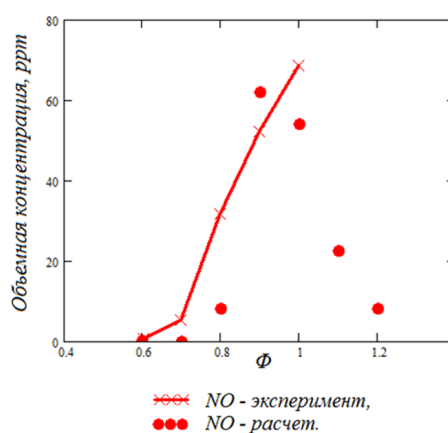


Рис. 9. Графики концентрации газовых компонент

Fig. 9. Plots of gas components concentrations

3. Примеры моделирования горения метановоздушных пламен для прикладных задач

Отработанная методика расчета была успешно применена при расчетах режимов работы камеры сгорания газовой турбины (рис. 10), для моделирования процессов в роторных печах для переплавки алюминиевого лома (рис. 11), оптимизации горелочных устройств для сжигания влажного попутного газа нефтегазодобычи (рис. 12).

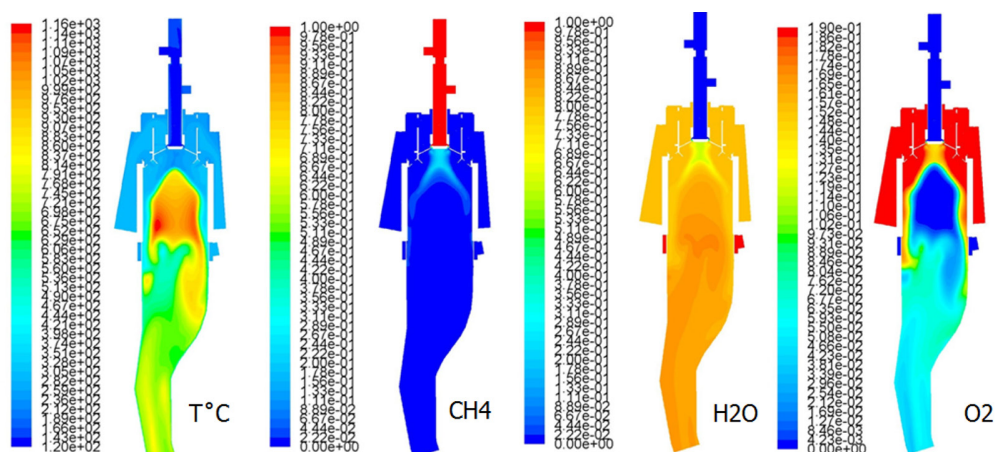


Рис. 10. Поля температуры и концентраций газовых компонент в горелочном устройстве с вихревым соплом для газовой турбины

Fig. 10. Temperature and concentration fields of gas components in gas turbine burner with a vortex nozzle

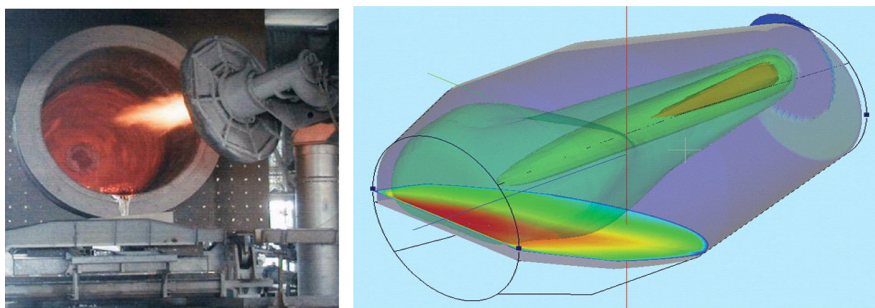


Рис. 11. Роторная печь для переплавки алюминиевого лома. Температура факела и поверхности шихты в печи

Fig. 11. Rotary furnace for remelting aluminum scrap. Temperature of torch and surfaces in the furnace

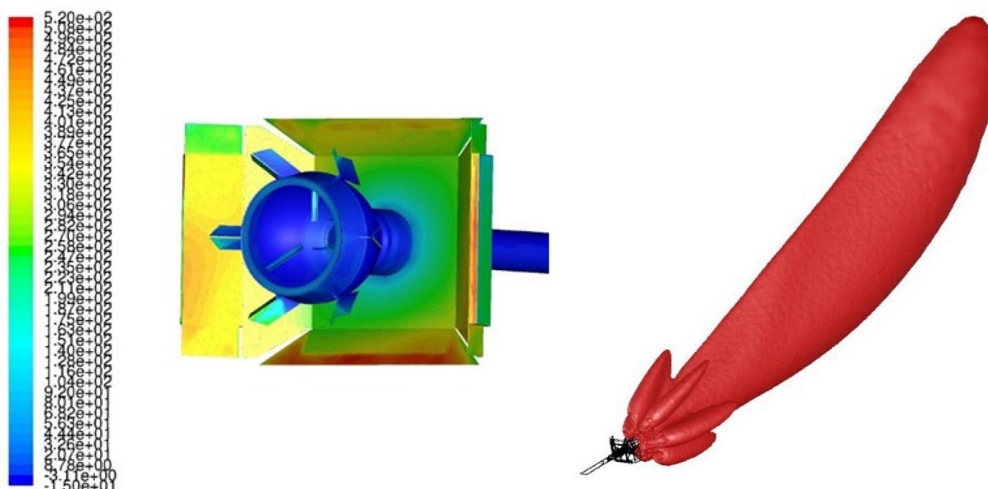


Рис. 12. Горелочное устройство для сжигания попутного газа нефтегазодобычи: а) температура поверхности горелочного устройства; б) температура факела. Изоповерхность 1200 °С

Fig. 12. Burner for burning associated gas from oil and gas production: а) temperature of the burner surface; б) flame temperature. Iso-surface 1200 °С

Заключение

В целом результаты исследования показали, что использование моделей горения EDC и PDF с флэймлетами с применением детальных кинетических механизмов в сочетании с вихре-разрешающими моделями турбулентности обеспечивает наилучшие результаты для всех пламен. Однако для такого моделирования необходимы большие компьютерные ресурсы. В ряде случаев достаточно и более простых моделей горения в сочетании с RANS/URANS-моделями турбулентности для получения приемлемых результатов при намного меньших вычислительных затратах.

Для получения правильных результатов моделирования при выполнении прикладных расчетов необходим предварительный анализ возможности корректного использования RANS-моделей турбулентности и простых механизмов реагирования.

Список литературы / References

- [1] Росляков П. В. *Нестехиометрическое сжигание природного газа и мазута на тепловых электростанциях*. Москва: МЭИ, 2001, 144 с. [Roslyakov P. V. *Non-stoichiometric combustion of natural gas and fuel oil at thermal power plants*. Moscow, 2001, 144 p. (in Rus.)]
- [2] Лялюк В. П. *Теоретические основы процессов горения топлива и газодинамики доменной плавки*. Вологда: Инфра-Инженерия, 2019, 281с. [Lyalyuk V. P. *Theoretical foundations of fuel combustion processes and blast furnace smelting gas dynamics*. Vologda, 2019, 281 p. (in Rus.)]
- [3] Рустамов З. А., Брюхова К. С. Проблема утилизации попутного нефтяного газа. Анализ и современное состояние. *Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника*, 2019, 58, 102–109. [Rustamov Z. A., Bryukhova K. S. *Problem of utilization of associated petroleum gas. Analysis and current state. Bulletin of PNIPU. Aerospace engineering*, 2019, 58, 102–109 (in Rus.)]
- [4] Алдошин С. М., Алымов М. И. *Технологическое горение*. Москва: Изд-во РАН, 2018, 611 с. [Aldoshin S. M., Alymov M. I. *Technological combustion*. Moscow, 2018, 611 p.]
- [5] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *30th aerospace sciences meeting and exhibit*, 1992, 439.
- [6] Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л. *Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений*. Санкт-Петербург: Изд-во Политех. Ин-та, 2012, 88 с.
- [7] Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, 625–632.
- [8] Magnussen B.F., Hjertager B.H. On mathematical models of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion. *Symposium (International) on Combustion*, 1977, vol. 16, no. 1, 719–729.
- [9] Magnussen B.F. The Eddy Dissipation Concept. A bridge between science and technology. *Invited paper at ECCOMAS Thematic Conference on Computational Combustion*, Lisbon, 2005, 25.
- [10] Peters N. Laminar diffusion flamelet models in non-premixed turbulent combustion. *Progress in Energy and Combustion Science*, 1984, 10(3), 319–339.
- [11] Smith G.P., Golden D.M., Frenklach M., Moriart, N. W., Eiteneer B., Goldenberg M., Bowman C. T., Hanson R. K., Song S., Gardiner Jr., W. C., Lissianski V. V., and Qin Z. *GRI-Mech 3.0*, Gas Research Institute, Chicago, 2001, www.me.berkeley.edu/gri_mech/.
- [12] Da Silva C. V., et al. Numerical Simulation of the Combustion of Methane and Air in a Cylindrical Chamber. *Engenharia Térmica (Thermal Engineering)*, 2006, 5(1), 13–21.
- [13] Jones W.P. and Lindstedt R.P., Global reaction schemes for hydrocarbon combustion. *Combust. Flame*, 1988, 73, 222–233.
- [14] Дектерев А. А., Гаврилов А. А., Минаков А. В. Современные возможности CFD кода SigmaFlow для решения теплофизических задач. *Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии: сб. науч. ст.*, 2010, 2(4), 117–122 [Dekterev A. A., Gavrilov A. A., Minakov A. V. Modern capabilities of the SigmaFlow CFD code for solving thermophysical problems. *Modern science: research, ideas, results, technologies: Collection of scientific articles*, 2010, 2(4), 117–122]

[15] Da Silva C. V., Centeno F. R. 3D Analysis of turbulent non-premixed combustion of natural gas in a horizontal cylindrical chamber. *Proceedings of 22st Brazilian Congress of Mechanical Engineering. Brazil*, 2013, 10.

[16] Barlow R. S., Frank J. H., A. N. Karpetis, and Chen J.-Y., Piloted methane/air jet flames: Scalar structure and transport effects. *Combust. Flame*, 2005, 143.4, 433–449.