

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт инженерной физики и радиоэлектроники
Базовая кафедра фотоники и лазерных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ А.Н. Втюрин

подпись

« _____ » _____ 2023 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Связанное состояние в континууме в одномерном анизотропном
фотонном кристалле

16.04.01 Техническая физика

16.04.01.02 Оптическая физика и квантовая электроника

Руководитель	_____	_____	Панкин П.С.
	подпись, дата	должность, ученая степень	
Выпускник	_____		Наболь С. В.
	подпись, дата		
Рецензент	_____	_____	Тимофеев И.В.
	подпись, дата	должность, ученая степень	

Красноярск 2023

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Фотоннокристаллический микрорезонатор с управляемой добротностью» содержит 43 страницы текстового документа, 23 рисунка, 43 использованных источника, 1 приложение.

Ключевые слова: ФОТОННЫЙ КРИСТАЛЛ, ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ, СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ В КОНТИНУУМЕ, ДЕФЕКТНЫЙ СЛОЙ, ДОБРОТНОСТЬ, МИКРОРЕЗОНАТОР.

Цель работы: показать возможность управления добротностью резонансных линий, путем механического поворота оптической оси жидкокристаллического слоя, его нагревания или приложения к нему внешнего электрического напряжения.

В результате работы проведен расчет спектров пропускания фотонных кристаллов с учетом дисперсии материалов и их сравнение с измеренными спектрами; рассчитаны спектры пропускания фотоннокристаллического микрорезонатора с жидкокристаллическим дефектным слоем.

Было продемонстрировано управление добротностью системы через механический поворот оптической оси жидкого кристалла, приложение к нему напряжения или его нагревания.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Современное состояние исследования	5
1.1 Фотонные кристаллы	5
1.2 Связанное состояние в континууме	7
2 Методы исследования	10
2.1 Метод Берремана	10
2.2 Временная теория связанных мод	18
3 Исследуемая модель	21
4 Теоретическая модель	25
4.1 Уравнения ВТСМ для отдельного резонатора	25
4.2 Уравнения ВТСМ для двух закрытых резонаторов	28
4.3 Уравнения ВТСМ для двух открытых резонаторов	33
5 Результаты и обсуждения	38
Заключение	44
Список использованных источников	45

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрен анизотропный фотонный кристалл с двумя анизотропными дефектами, позволяющий реализовать связанное состояние в континууме типа Фабри-Перо (ФП ССК). Так как каждый дефект в отдельности может поддерживать ССК, они эквивалентны двум идеально отражающим зеркалам с таким расположением, что волны излучаются в противофазе и компенсируют друг друга, позволяя получить ФП ССК.

1 Современное состояние исследования

1.1 Фотонные кристаллы

Одним из самых распространённых объектов фотоники является фотонный кристалл (ФК). ФК — это материал, структура которого характеризуется периодическим изменением показателя преломления (ПП) в пространственных направлениях [1]. Области применения ФК обширны: техника телекоммуникаций, информационные системы, лазерная техника и др. ФК могут использоваться в качестве узкополосных фильтров, пропускающих или поглощающих определенную частоту излучения; коммутаторов и мультиплексоров, обеспечивающих пространственное разделение и маршрутизацию пучков с различными частотами; переходных элементов из волновода в волновод, обеспечивающих минимальные потери; элементов интегральных микросхем (например, транзисторов); фотонно-кристаллических волокон; объемных резонаторов лазеров.

Выделяют несколько типов ФК: одномерные (1D), двумерные (2D) и трехмерные (3D), см. Рисунок 1. В одномерных ФК ПП периодически изменяется в одном пространственном направлении, они состоят из параллельных друг другу слоев различных материалов с разными ПП и проявляют особые оптические свойства в одном пространственном направлении, перпендикулярном слоям. В двумерных ФК ПП периодически изменяется в двух пространственных направлениях, они проявляют особые оптические свойства в двух пространственных направлениях. При этом форма областей с различным ПП не ограничивается прямоугольниками, а может быть любой – окружности, эллипсы, шестиугольники и т.п. В трёхмерных ФК ПП периодически изменяется в трёх пространственных направлениях. Они проявляют особые оптические свойства в трёх пространственных направлениях. Их можно представить как массив объёмных

областей (сфер, кубов и т.п.), упорядоченных в трёхмерной кристаллической решётке.

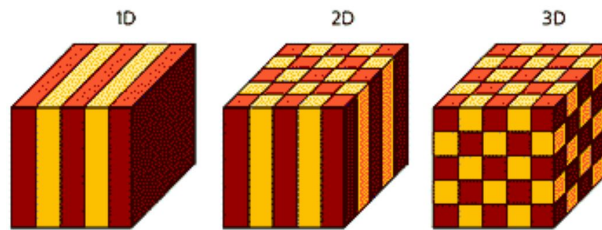


Рисунок 1 — Схематическое изображение структуры ФК: одномерного (1D), двумерного (2D) и трехмерного (3D) [2]

ФК, благодаря периодическому изменению ПП, позволяют получить разрешённые и запрещённые зоны (ЗЗ) для энергий фотонов, аналогично полупроводниковым материалам, в которых наблюдаются разрешённые и ЗЗ для энергий носителей заряда. Фотон, падающий с энергией, которая соответствует ЗЗ ФК не может распространяться дальше и отражается обратно. Если на ФК падает фотон, обладающий энергией, которая соответствует разрешенной зоне, то фотон может распространяться в ФК. Помимо наличия ЗЗ, ФК привлекают к себе внимание из-за возможности возбуждения в них локализованных и распространяющихся волноводных мод. Среди них выделяются краевые, дефектные и поверхностные моды. Свое название краевая мода получила из-за спектрального положения на краю ЗЗ ФК, см. Рисунок 2(а). Световое поле такой моды локализуется в виде синусоидальных огибающих с узлами на границах ФК-структуры, см. Рисунок 2(б). На основе краевых мод были предложены лазеры в изотропных и хиральных одномерных ФК [3–5], а также в двумерных ФК из металлических цилиндров [6].

При внесении дефекта в ФК, например сбое в периодичности расположения слоев, изменении толщины или ПП одного из слоев, в ФК можно возбудить дефектную моду. Ее спектральное положение в ЗЗ ФК определяется оптической толщиной дефектного слоя, а световое поле такой моды локализуется на дефекте структуры, см. Рисунок 3. Структуру можно рассматривать как микро-резонатор (МР), с резонаторным дефектным слоем, заключенным между двумя

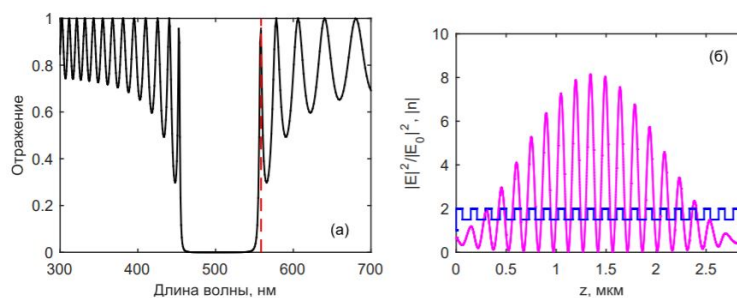


Рисунок 2 — (а) Спектр отражения ФК. Красной линией показано положение краевой моды. (б) Распределение ПП (синий) и локальной интенсивности светового поля по структуре на длине волны краевой моды [7]

ФК-зеркалами. Поэтому такие моды часто называют также МР-модами. На основе МР-мод созданы лазеры, поглотители, фильтры и оптические переключатели, предложено усиление нелинейных и магнитооптических эффектов [8].

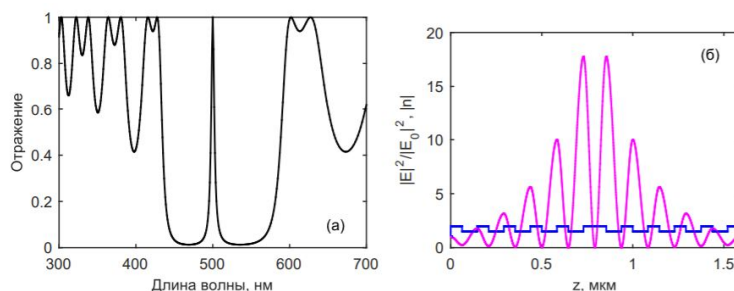


Рисунок 3 — (а) Спектр отражения ФК. В центре ЗЗ виден пик, соответствующий МР-моде. (б) Распределение ПП (синий) и локальной интенсивности светового поля по структуре на длине волны МР-моды [7]

1.2 Связанное состояние в континууме

Связанное состояние в континууме (ССК) – это неизлучающее собственное состояние открытой системы, чья собственная энергия лежит в непрерывном континууме распространяющихся волн, см. Рисунок 4 [9, 10, 13, 14]. Впервые ССК были найдены при решении задачи на собственные значения энергии частицы в сферической квантовой яме [15]. В работе фон Ноймана и Вигнера были найдены особые осциллирующие потенциалы, асимптотически стремящиеся к нулю вдали от квантовой ямы, деструктивная интерференция

на которых позволяет частице оставаться локализованной, даже с энергией выше потенциальной ямы. Для удобства выделяют различные типы формирования ССК: защищенные симметрией, Фридриха-Винтгена, Фабри-Перо и случайные [16]. ССК, защищенное симметрией, возникает в двумерной, трехмерной системах, или в одномерной системе, в которой возможно создать два независимых пути для распространения волн.

ССК, защищенное симметрией, возможно, например, когда распространяющаяся волна и локализованная мода ортогонально поляризованы, другими словами, две волны имеют разную симметрию. ССК типа Фридриха-Винтгена могут возникать при настройке параметров системы, при которой за счет деструктивной интерференции общий вклад выходящих из резонатора волн в континуум равен нулю. ФП ССК были найдены в системе, состоящей из двух резонаторов, каждый из которых является отдельным зеркалом во всех случаях, у распространяющейся волны существует два пути распространения: распространение без возбуждения резонанса (прямой путь) и распространение с возбуждением резонанса (резонансный путь). За счет деструктивной интерференции этих двух волн возникают ССК.

Теоретически, ССК имеют бесконечную добротность (Q -фактор), поскольку они не излучают в окружающую среду. Чтобы возбудить и обнаружить резонанс, ССК должен быть связан с распространяющимися волнами. Тогда ССК превращается в квази-ССК с конечной добротностью. Изменяя параметры системы вблизи ССК, можно контролировать связь между резонансом и континуумом, то есть управлять добротностью. Квази-ССК с контролируемым Q -фактором были предложены для различных приложений в фотонике, например, лазеров [17], световых фильтров [18], датчиков [19], волноводов [20], и усиления нелинейных эффектов [21].

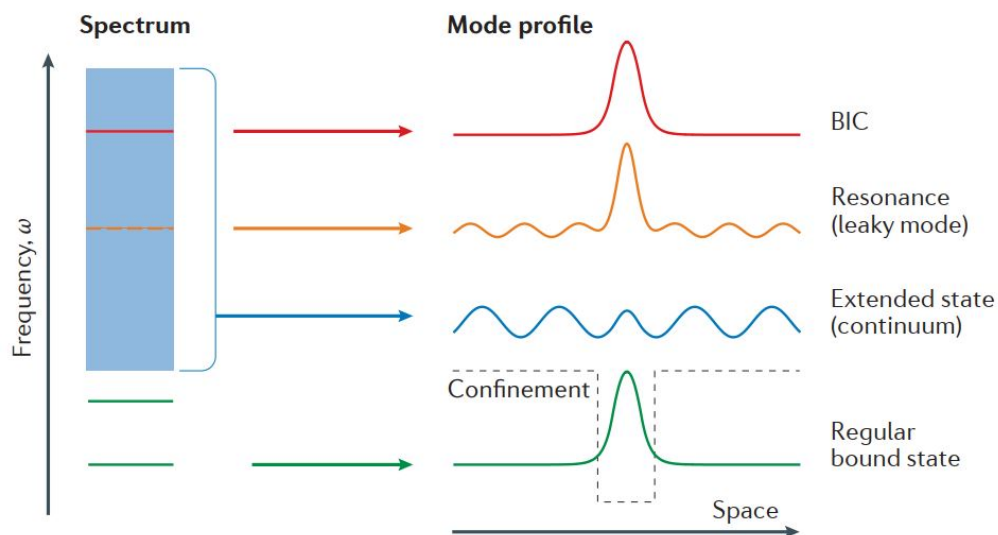


Рисунок 4 — Связанное состояние в континууме

ССК могут быть реализованы в трех-, дву- и одномерных структурах, бесконечно протяженных хотя бы в одном пространственном измерении [9]. ССК в одномерной фотонной структуре впервые были реализованы в [22]. В одномерных структурах, основанных на ФК с анизотропными слоями, ССК изучались теоретически [23–25] и экспериментально [26, 27].

В этой работе мы рассматриваем одномерный анизотропный ФК, состоящий из чередующихся изотропных и анизотропных слоев. Вводя один анизотропный дефектный слой в этот ФК, можно создать ССК, защищенные симметрией [23, 24], а также ССК Фридриха-Винтгена [25]. Здесь мы изучаем случай двух анизотропных дефектных слоев, каждый из которых может поддерживать резонанс, вызванный ССК, они эквивалентны двум идеально отражающим зеркалам, расположенным таким образом, что волны отражаются в противофазе и компенсируют друг друга, что позволяет получить ФП ССК [28].

2 Методы исследования

2.1 Метод Берремана

Расчет спектров был реализован с помощью метода Берремана. Метод матриц 4×4 Берремана [29] представляет обобщение метода 2×2 матриц Абелеса. Если взять уравнения Максвелла в рационализованной системе МКСА, считая, что временная зависимость имеет вид $e^{i\omega t}$, два максвелловских уравнения для роторов принимают вид:

$$\begin{aligned} -\operatorname{rot}\mathbf{E} &= i\omega\mathbf{B}, \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} &= i\omega\mathbf{D}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} и \mathbf{B} — векторы электромагнитного поля. В декартовых координатах уравнения (1) можно объединить в одно матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ 0 & 0 & 0 & \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ 0 & 0 & 0 & -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & -\partial/\partial y & 0 & 0 & 0 \\ -\partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 \\ \partial/\partial y & -\partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

или кратко:

$$\mathbf{OG} = i\omega\mathbf{C} \quad (3)$$

В уравнении (3) O является 6×6 симметричным оператором, который можно разделить на четыре 3×3 подматрицы. Тогда этот оператор примет следующий вид:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & rot \\ -rot & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Здесь O означает 3×3 нулевую матрицу, а rot обозначает оператор

$$rot = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Через G обозначается 6×1 вектор-столбец, элементы которого представляют собой компоненты электрического поля E и магнитного поля H в декартовой системе координат, а C представляют собой 6×1 вектор-столбец, элементами которого являются вектора электрического смещения D и вектора магнитной индукции B в декартовой системе координат.

В отсутствие нелинейных оптических эффектов и пространственной дисперсии соотношение между C и G можно обычно записать в виде

$$C = MG \quad (6)$$

где 6×6 матрица M несет всю информацию об анизотропных оптических свойствах среды, в которой локализованы электромагнитные поля. Для удобства

матрицу M , которую мы будем называть оптической матрицей, можно записать следующим образом:

$$M = \begin{bmatrix} \varepsilon & \rho \\ \rho' & \mu \end{bmatrix} \quad (7)$$

где $\varepsilon = (M_{ij})$ и $\rho' = (M_{i+3,j})$, $i,j = 1,2,3$ - тензоры диэлектрической проницаемости и магнитной восприимчивости, а;

$\rho = (M_{i+3,j})$ и $\mu = (M_{i+3,j+3})$, $i,j = 1,2,3$ - тензоры оптического вращения.

Подставляя уравнения (6) в (3), получаем

$$OG = i\omega MG$$

Если в этом выражении заменить G на

$$G = e^{i\omega t} \Gamma \quad (8)$$

где Γ - зависящая от пространственных координат часть G , то оно принимает вид

$$O\Gamma = i\omega M\Gamma \quad (9)$$

Соотношение (9) представляет собой уравнение пространственной волны с частотой ω .

Мы рассматриваем частную задачу об отражении и пропускании монохроматической плоской волны, падающей под углом из изотропной среды ($z < 0$) на анизотропную планарную структуру ($z > 0$), слоистую вдоль оси z . Предполагается, что ось x декартовой системы координат xuz совпадает с ли-

нией пересечения плоскости падения (плоскость волнового вектора падающей волны и оси z) и границы раздела $z = 0$.

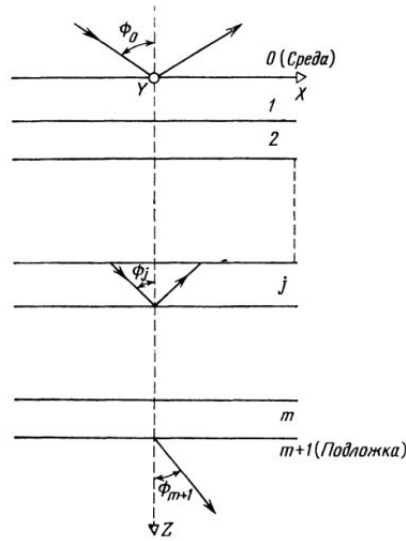


Рисунок 5 — Отражение и пропускание многопленочной структурой (пленки $1, 2, \dots, m$), помещенной между полубесконечной окружающей средой (0) и подложкой ($m + 1$). ϕ_0 - угол падения; ϕ_j и ϕ_{m+1} - углы преломления в j -й пленке и подложке [30]

Пользуясь симметрией задачи, оператор ротора можно привести к виду:

$$rot = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & i\xi \\ 0 & -i\xi & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Возможность применения метода 4×4 матриц для изучения отражения и пропускания поляризованного света анизотропными планарными структурами вытекает из особой формы оператора ротора (10). В частности, если подставить выражение (10) в (4), а затем, используя найденный оператор \mathbf{O} , разложить соотношение (9), то получим два линейных однородных алгебраических уравнения для шести компонент Γ . Два линейных однородных алгебраических уравнения можно решить относительно компонент поля $E_z(\Gamma_3)$ и $H_z(\Gamma_6)$ вдоль оси

z , выразив их через другие четыре компоненты полей $E_x(\Gamma_1)$, $E_y(\Gamma_2)$, $H_x(\Gamma_4)$, $H_y(\Gamma_5)$ вдоль осей x и y . Полученные таким образом значения E_z и H_z следует подставить в оставшиеся четыре дифференциальные уравнения. При этом получаются четыре линейных однородных дифференциальных уравнения первого порядка для четырех компонент полей: E_x , E_y , H_x , H_y . Последнее можно записать в виде 4×4 матрицы следующим образом:

$$\partial/\partial z \begin{bmatrix} E_x \\ H_y \\ E_y \\ -H_x \end{bmatrix} = -i\omega \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \Delta_{14} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} & \Delta_{24} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} & \Delta_{34} \\ \Delta_{41} & \Delta_{42} & \Delta_{43} & \Delta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ H_y \\ E_y \\ -H_x \end{bmatrix} \quad (11)$$

или

$$\partial/\partial z \psi = -i\omega \Delta \psi \quad (12)$$

Уравнение (12) является волновым уравнением для обобщенного 4×1 вектора поля

$$\psi = \begin{bmatrix} E_x \\ H_y \\ E_y \\ -H_x \end{bmatrix} \quad (13)$$

Δ обозначает дифференциальную 4×4 матрицу распространения для данной среды. Элементарные матрицы Δ являются функциями элементов оптической 6×6 матрицы M выражение (7), получаемой с помощью указанных выше операций.

Если матрица Δ известна, то уравнение (12) дает закон распространения (волновое уравнение) для обобщения вектора поля ψ (или, что эквивалентно, для его элементов, x - и y -компонент полей \mathbf{E} и \mathbf{H}).

В общем случае слоистой анизотропной структуры \mathbf{M} - некоторая произвольная функция от z , и волновое уравнение (12) не имеет, вообще говоря, аналитического решения. В частном случае, когда \mathbf{M} - постоянная, не зависящая от z (в некотором непрерывном интервале z), уравнение (12) можно непосредственно интегрировать, это дает

$$\psi(z + h) = \mathbf{L}(h)\psi(z) \quad (14)$$

где

$$\mathbf{L}(h) = e^{-i\omega h\Delta} = [\mathbf{I} - i\omega h\Delta - \frac{\omega h}{2!}\Delta^2 + \frac{\omega h}{3!}\Delta^3 + \dots] \quad (15)$$

Выражение (14) представляет собой линейное матричное соотношение между обобщенными векторами поля ψ (13) на двух различных параллельных плоскостях, находящихся на расстоянии h в однородной анизотропной среде, поля в которой возбуждаются падающей плоской волной. Матрица слоя $\mathbf{L}(h)$ определяется дифференциальной матрицей (15). В последнем соотношении \mathbf{I} представляет единичную матрицу 4×4 матрицу, а суммирование степенного ряда в некоторых простых случаях (когда Δ^n можно представить в замкнутой форме) выполняется с помощью аналитических или численных методов.

Другое выражение для матрицы слоя $\mathbf{L}(h)$ можно получить исходя из того, что, когда матрица Δ представляет собой постоянную, не зависящую от z , уравнение (12) имеет четыре частных решения в виде плоских волн:

$$\psi(z) = \psi_l(0)e^{-iq_l z}, \quad l = 1, 2, 3, 4. \quad (16)$$

В уравнении (16) $\psi(0)$ — величина обобщенного вектора поля плоской волны при $z = 0$, а q_ℓ — компонента вектора распространения плоской волны, параллельная оси z . Подстановка (16) в (12) дает матричное уравнения для собственных значений

$$[\omega\Delta - q\mathbf{I}]\psi(0) = 0 \quad (17)$$

Собственные значения q_ℓ этого уравнения являются корнями алгебраического уравнения четвертой степени

$$\det[\omega\Delta - q\mathbf{I}] = 0 \quad (18)$$

где \det обозначает детерминант. Подставляя каждое собственное значение q_ℓ ($\ell = 1, 2, 3, 4$) в уравнение (17), получаем четыре однородных линейных уравнения, которые можно решить относительно элементов соответствующего собственного вектора $\psi_{k\ell}(0)$ (где $k = 1, 2, 3, 4$). Используя 4×4 матрицы $\Psi = [\psi_{k\ell}(0)]$ столбцами которой являются четыре собственных вектора уравнения (17), легко показать, что матрица слоя $\mathbf{L}(h)$ [связывающая поля на двух границах анизотропной пластинки толщиной h , выражение (14)] определяется соотношением

$$\mathbf{L}(h) = \Psi \mathbf{K}(h) \Psi^{-1} \quad (19)$$

где \mathbf{K} - диагональная матрица, элементы которой определяются собственными значениями q_ℓ :

$$\mathbf{K}_{\ell\ell} = e^{-iq_\ell h}, \quad \ell = 1, 2, 3, 4. \quad (20)$$

В неоднородной анизотропной среде, где M — непрерывная функция z , выражение (14) можно применять, если разделить среду на слои, достаточно

тонкие для того, чтобы величину M можно было считать не зависящей от z внутри каждого слоя. Путем повторного применения выражения (14) к последовательным слоям находим, что поля на двух плоскостях, отстоящих друг от друга на расстоянии d , связаны следующим соотношением:

$$\psi(z + d) = \mathcal{L}(z, d)\psi(z) \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(z, d) &= L(z + d - h_m, h_m) \dots L(z + h_1 + h_2, h_3) L(z + h_1, h_2) L(z, h_1), \\ d &= \sum_{i=1}^m h_i. \end{aligned} \quad (22)$$

Для общности предполагается, что слои h_1, h_2, \dots, h_m имеют различную толщину. [Заметим, что $L(z, h)$ характеризует тонкий однородный слой, расположенный между z и $z + h$.] Другие выражения, с помощью которых численный расчет матрицы неоднородного слоя можно выполнить с большей точностью и с более быстрой сходимостью, чем с помощью выражения (22), обсуждались в работе Берремана [29].

Зная вид матрицы (22) можно связать поля на входе и выходе из структуры. Пусть (E_{ip}, E_{is}) , (E_{rp}, E_{rs}) и (E_{ip}, E_{is}) представляют собой компоненты векторов электрического поля падающей, отраженной и прошедшей волны, параллельные (p, TM) и перпендикулярные (s, TE) плоскости падения. Они связаны друг с другом следующими соотношениями:

$$\begin{bmatrix} E_{rp} \\ E_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{pp} & R_{ps} \\ R_{sp} & R_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ip} \\ E_{is} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} E_{tp} \\ E_{ts} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{pp} & T_{ps} \\ T_{sp} & T_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ip} \\ E_{is} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Определение матриц отражения R и пропускания T завершает решение проблемы. Действительно, R и T представляют собой величины, которые могут быть измерены при помощи эллипсометра. Последовательность операций, необходимых для расчета R и T при заданных значениях тензоров диэлектрической проницаемости ϵ , магнитной проницаемости μ и оптического вращения ρ , ρ' (и заданной геометрии), представлена схематически на рисунке 6 [30].

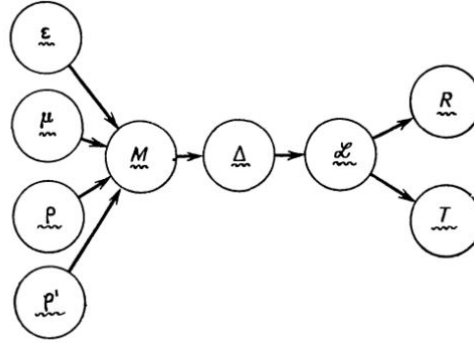


Рисунок 6 — Схематическое изображение последовательности операций, необходимых для расчета матриц отражения R и пропускания T по тензорам диэлектрической проницаемости ϵ , магнитной проницаемости μ и оптической активности (вращения) ρ , ρ' [30]

2.2 Временная теория связанных мод

Для объяснения спектральных особенностей используется временная теория связанных мод (ВТСМ). Модель состоит из одномодового оптического резонатора, связанного с m -волноводами ($m = 1, 2, 3, \dots$). Рассмотрим задачу рассеяния. \hat{S} -матрица определяется следующим образом:

$$|s^{(-)}\rangle = \hat{S}|s_m^{(+)}\rangle, \quad (25)$$

где $|s^{(\pm)}(t)\rangle$ – вектор амплитуд падающих (+) и отраженных (–) волн, изменяющихся по закону $s_m^{(\pm)} \propto e^{-i\omega t}$, ω частота падающего света. Уравнения ВТСМ, показывающие изменение амплитуды a резонансной моды со временем, имеют следующий вид:

$$\frac{da(t)}{dt} = -(i\omega_0 + \gamma)a(t) + \langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle, \quad (26)$$

$$|s^{(+)}\rangle = \hat{C}|s^{(+)}\rangle + a(t)|d\rangle, \quad (27)$$

где ω_0 — собственная частота резонансной моды;

γ — скорость радиационных потерь энергии;

$|d\rangle$ — вектор коэффициентов связи резонатора с волноводами.

Собственная частота резонанса ω_r определяется из задачи на собственные значения как $\omega_r = \omega_0 - i\gamma$. Последний член в (25) показывает, что энергия подается в резонатор падающим светом через волноводы. Уравнение (27) показывает, что рассеяние складывается из двух вкладов — резонансного и прямого. \hat{C} — матрица рассеяния прямого процесса. Нормировка a и $s^{(\pm)}$ должна удовлетворять следующим условиям: $|a|^2$ = запасенная в резонаторе энергия, а $|s^{(\pm)}|^2$ = мощности передаваемые через волновод в резонатор. Вектор констант связи $|d\rangle$ удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\langle d|d\rangle = 2\gamma, \quad (28)$$

$$\hat{C}|d^*\rangle = -|d\rangle. \quad (29)$$

Используя уравнения (25) и (27), можно записать следующее выражение для полной матрицы рассеяния:

$$\hat{S} = \hat{C} + \frac{|d\rangle\langle d^*|}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma}. \quad (30)$$

3 Исследуемая модель

Исследуемая модель – это фотонный кристалл с чередующимися изотропными и анизотропными слоями, содержащий два дефекта (обозначены как ADL 1 и ADL 2), которые представляют собой утолщенные в два раза анизотропные слои, см. Рисунок 7. ПП изотропного слоя равен $n_o = \sqrt{\varepsilon_o}$, его толщина d_o . Анизотропный слой толщиной d_e , имеет обыкновенный $n_o = \sqrt{\varepsilon_o}$ и необыкновенный $n_e = \sqrt{\varepsilon_e}$ ПП для волн, поляризованных, соответственно в направлении оси y (y -волна) или x (x -волна). Толщины слоев - четвертьволновые, и определяются формулой:

$$k_o d_o = k_e d_e = \frac{k_0 \lambda_{PBG}}{4} = \frac{\pi \omega}{2 \omega_{PBG}}, \quad (31)$$

где $k_{o,e} = k_0 n_{o,e}$, $k_0 = \omega/c$ - волновое число в вакууме, ω - частота света, c - скорость света, ω_{PBG} - центральная частота фотонной ЗЗ, а λ_{PBG} - соответствующая длина волны.

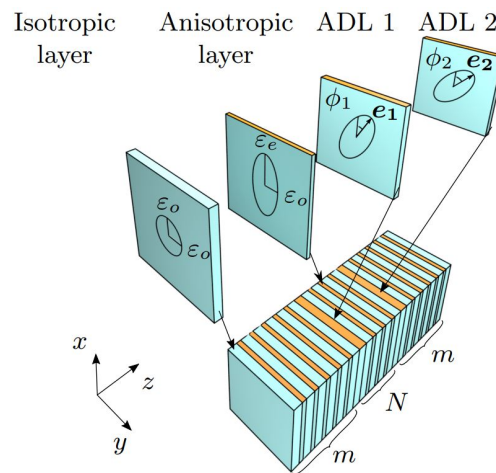


Рисунок 7 — Исследуемая модель ФК с двумя дефектами

Дефектные полуволновые слои ADL 1 и ADL 2 с толщиной $d = 2d_e$ выполнены из того же материала, что и анизотропный слой, и характеризуются тензором диэлектрической проницаемости. Вид тензора определяется направ-

лением единичного вектора $e_{1,2}$ вдоль оптической оси

$$e_{1,2} = (\cos(\phi_{1,2}), \sin(\phi_{1,2}), 0)^\dagger. \quad (32)$$

С учетом направлений векторов $e_{1,2}$ тензор диэлектрической проницаемости примет вид:

$$\hat{\epsilon}_{1,2} = \left\{ \begin{array}{cc} \epsilon_e \cos^2(\phi_{1,2}) + \epsilon_o \sin^2(\phi_{1,2}) & \sin(2\phi_{1,2}) (\epsilon_e - \epsilon_o)/2 \\ \sin(2\phi_{1,2}) (\epsilon_e - \epsilon_o)/2 & \epsilon_e \sin^2(\phi_{1,2}) + \epsilon_o \cos^2(\phi_{1,2}) \end{array} \right\}. \quad (33)$$

Дефектные слои ADL 1 и ADL 2 разделены $2N+1$ слоем ФК, где N - количество полных периодов между дефектами.

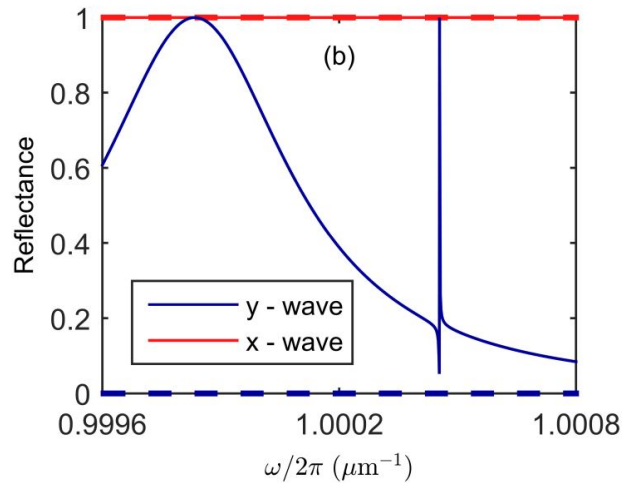


Рисунок 8 — Коэффициент отражения ФК для y - (синий) и x -поляризованной (красный) волны, рассчитанный методом Берремана. Параметры $n_o = 1$, $d_o = 0.25 \mu m$, $n_e = 2$, $d_e = 0.125 \mu m$, $N = 8$, $m = 20$, $\phi_1 = \phi_2 = 0$ (пунктир); $\phi_1 = 2.4\pi/180$, $\phi_2 = 2.5\pi/180$ (сплошная)

Для y -волн все слои ФК имеют ПП n_o , в то время как для x -волн, ПП чередуется. Поэтому для x -волн возникает фотонная ЗЗ, в то время как y -волны образуют континуум свободно распространяющихся волн. Анизотропный ФК прозрачен для y -волн и непрозрачен для x -волн, нормально падающих на структуру, что видно из спектров, рассчитанных методом трансфер-матрицы Берремана с конечным числом m периодов слева и справа от дефектов, см. Рисунок 8.

При углах поворота оптической оси дефектных слоёв $\phi_{1,2} = 0$, поляризации не смешиваются [23]. Путем поворота оптической оси дефектных слоев можно смешать две поляризации, и локализовать x -волны, что проявляется в виде резонансных линий в y -поляризованном спектре, показанном на рисунке. Одна из резонансных линий имеет экстремально узкую ширину, свидетельствующую о высокой добротности резонанса ($Q \approx 10^6$), что также подтверждается большой амплитудой локализованной x -волны, см. Рисунок 9.

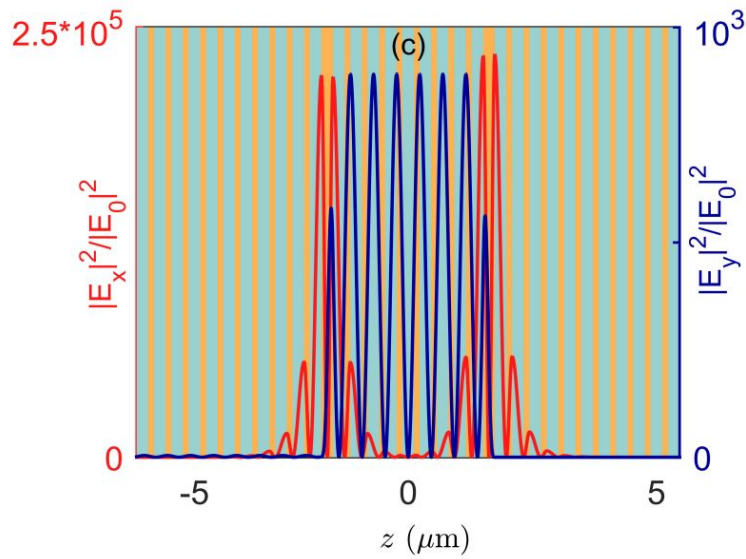


Рисунок 9 — Распределение по структуре локальной интенсивности поля $|\mathbf{E}_{x,y}|^2/|\mathbf{E}_0|^2$ на частоте $\omega/2\pi = 1.00045 \mu m^{-1}$, соответствующей резонансу на рисунке (8). Разными цветами показаны чередующиеся слои ФК

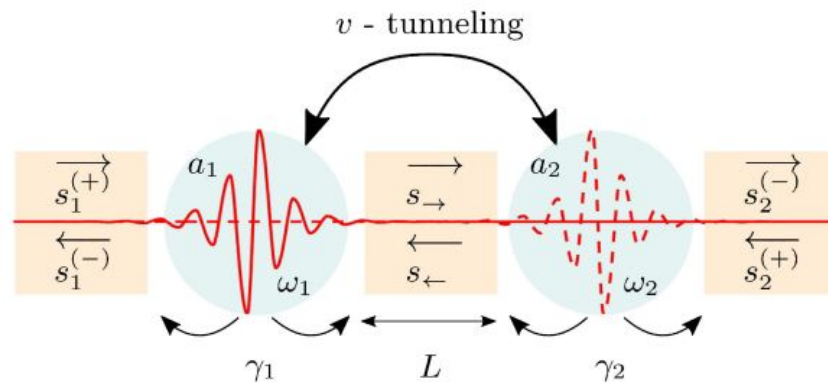


Рисунок 10 — ВТСМ-модель анизотропного ФК с двумя дефектами

Каждый дефектный слой можно рассмотреть как резонатор, а ФК с обеих сторон от дефектов, можно рассмотреть как волноводы, см. Рисунок 10. При этом резонаторы оказываются связанными через центральный ФК-волновод. Для выяснения особенностей поведения системы двух связанных резонаторов построим полностью аналитическую модель, на основе ВТСМ.

4 Теоретическая модель

4.1 Уравнения ВТСМ для отдельного резонатора

Рассмотрим двухканальное рассеяние. Для падающего света, поляризованного вдоль оси x , матрица рассеяния \widehat{S}_0 определяется с помощью следующего уравнения

$$\begin{pmatrix} s_1^{(-)} \\ s_2^{(-)} \end{pmatrix} = \widehat{S}_0 \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

где $s_m^{(+)}$ – амплитуды плоских волн в дальнем поле с индексом $m = 1, 2$, соответствующим левому и правому полупространствам, в то время как верхние индексы $+, -$ обозначают падающие и отраженные волны соответственно. Мы предполагаем, что система освещена монохроматической волной частоты ω . Уравнения ВТСМ имеют вид:

$$\frac{da(t)}{dt} = -(i\omega_0 + \gamma)a(t) + \begin{pmatrix} d_1, d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$\begin{pmatrix} s_1^{(-)} \\ s_2^{(-)} \end{pmatrix} = \widehat{C}_0 \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix} + a(t) \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

где \widehat{C}_0 – матрица прямого (нерезонансного) процесса;

ω_0 – резонансная частота;

γ – скорость радиационных потерь;

a – амплитуда резонансной собственной моды;

$d_{1,2}$ — элементы вектора константы связи $|d\rangle$.

Вектор $|d\rangle$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{pmatrix} d_1^* & d_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = 2\gamma, \quad (37)$$

$$\widehat{C}_0 \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

Ищем решение (35) в виде $a = a_0 e^{-i\omega t}$:

$$-i\omega a_0 e^{-i\omega t} = -(i\omega_0 + \gamma)a_0 e^{-i\omega t} + \langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle. \quad (39)$$

Выразив $a(t)$, получим:

$$a(t) = \frac{\langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma}. \quad (40)$$

Подставим найденное $a(t)$ в уравнение (36):

$$|s^{(+)}(t)\rangle = \widehat{C}_0 |s^{(+)}(t)\rangle + \frac{\langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle |d\rangle}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma}. \quad (41)$$

Теперь необходимо доказать эквивалентность $\langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle |d\rangle$ и $|d\rangle \langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle$.

Распишем $|d\rangle \langle d^* | s^{(+)}(t) \rangle$:

$$|d\rangle \langle d^* | s^{(+)} \rangle = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 d_1 s_1^{(+)} + d_1 d_2 s_2^{(+)} \\ d_2 d_1 s_1^{(+)} + d_2 d_2 s_2^{(+)} \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Теперь распишем $\langle d|s^{(+)}(t)\rangle|d\rangle$:

$$\langle d|s^{(+)}(t)\rangle|d\rangle = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 d_1 s_1^{(+)} + d_1 d_2 s_2^{(+)} \\ d_2 d_1 s_1^{(+)} + d_2 d_2 s_2^{(+)} \end{pmatrix}. \quad (43)$$

Получили эквивалентность двух записей. Теперь перепишем уравнение (41) в виде.

$$|s^{(+)}(t)\rangle = \widehat{C}_0 |s^{(+)}(t)\rangle + \frac{|d\rangle\langle d^*||s^{(+)}(t)\rangle}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma}. \quad (44)$$

Воспользовавшись определением матрицы рассеяния, получим:

$$\widehat{S}_0 = \widehat{C}_0 + \frac{|d\rangle\langle d^*|}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma}. \quad (45)$$

Прямой процесс определяется как:

$$\widehat{C}_0 = e^{i\psi} \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (46)$$

Вид вектора констант связи $|d\rangle$ был найден в работе [23] и зависит от того, какая мода находится в резонаторе, симметричная (знак +) или асимметричная (знак -):

$$|d\rangle = \begin{pmatrix} d \\ \pm d \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Чтобы найти конкретный вид d , воспользуемся уравнениями (37), (38), (47).

Представим константу связи в виде $d = d_0 e^{i\psi_d}$, где d_0 – амплитуда комплекс-

ного числа, а ψ_d – его фаза. Запишем уравнение (37) в виде

$$\langle d|d\rangle = \begin{pmatrix} d, -d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ -d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 e^{-i\psi_d}, -d_0 e^{-i\psi_d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_0 e^{i\psi_d} \\ -d_0 e^{i\psi_d} \end{pmatrix} = 2d_0^2. \quad (48)$$

Так как $\langle d|d\rangle = 2\gamma = 2d_0^2$, получаем, что $d_0 = \sqrt{\gamma}$. Теперь воспользуемся уравнением (38):

$$e^{i\psi} \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_0 e^{-i\psi_d} \\ -d_0 e^{-i\psi_d} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} d_0 e^{-i\psi_d} \\ -d_0 e^{-i\psi_d} \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Из (49) получаем два уравнения. Приравнивая их, получаем:

$$i\psi_d = i\psi/2 + i\pi/4. \quad (50)$$

Подставляя в $d = d_0 e^{i\psi_d}$ найденные выражения для d_0 и ψ_d , находим вид коэффициента связи:

$$d = e^{i\psi/2} \sqrt{\frac{\gamma}{2}} (1 + i). \quad (51)$$

4.2 Уравнения ВТСМ для двух закрытых резонаторов

Рассмотрим случай двух связанных резонаторов. Ниже представлены уравнения Максвелла в виде задачи на собственные значения:

$$\widehat{\mathcal{L}}\mathbb{E}_0 = -i\omega_0 \widehat{\mathcal{E}}_0 \mathbb{E}_0, \quad (52)$$

где оператор Максвелла $\widehat{\mathcal{L}}$ имеет вид:

$$\widehat{\mathcal{L}} = \begin{pmatrix} 0 & \nabla \times \\ -\nabla \times & 0 \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Вектор электромагнитного поля имеет вид:

$$\mathbb{E}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}. \quad (54)$$

Матрица $\widehat{\mathcal{E}}_0$ включает тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ и магнитной проницаемости \hat{I} :

$$\widehat{\mathcal{E}}_0 = \begin{pmatrix} \hat{\epsilon} & 0 \\ 0 & \hat{I} \end{pmatrix}. \quad (55)$$

Рассмотрим два идентичных резонатора, разделенных ФК-волноводом, в каждом из которых реализуется ССК [23]. Каждый из резонаторов рассматривается по отдельности, т.е. так, как будто бы есть один дефект, но нет второго. Резонаторы связаны только через эванесцентные волны собственных мод ССК. Каждая собственная мода является решением уравнения Максвелла без источника с тензором диэлектрической проницаемости, соответствующим каждому отдельному резонатору:

$$\widehat{\mathcal{L}}\mathbb{E}_{1,2} = -i\omega_0\widehat{\mathcal{E}}_{1,2}\mathbb{E}_{1,2}, \quad (56)$$

где собственные моды $\mathbb{E}_{1,2}$ локализованы в каждом отдельном резонаторе. Уравнения Максвелла и тензор диэлектрической проницаемости для двух дефектов

ИМЕЮТ ВИД:

$$\widehat{\mathcal{L}}\mathbb{E} = \widehat{\mathcal{E}} \frac{d\mathbb{E}}{dt}, \quad (57)$$

где $\widehat{\mathcal{E}}$ — тензор диэлектрической проницаемости, см. Рисунок 11:

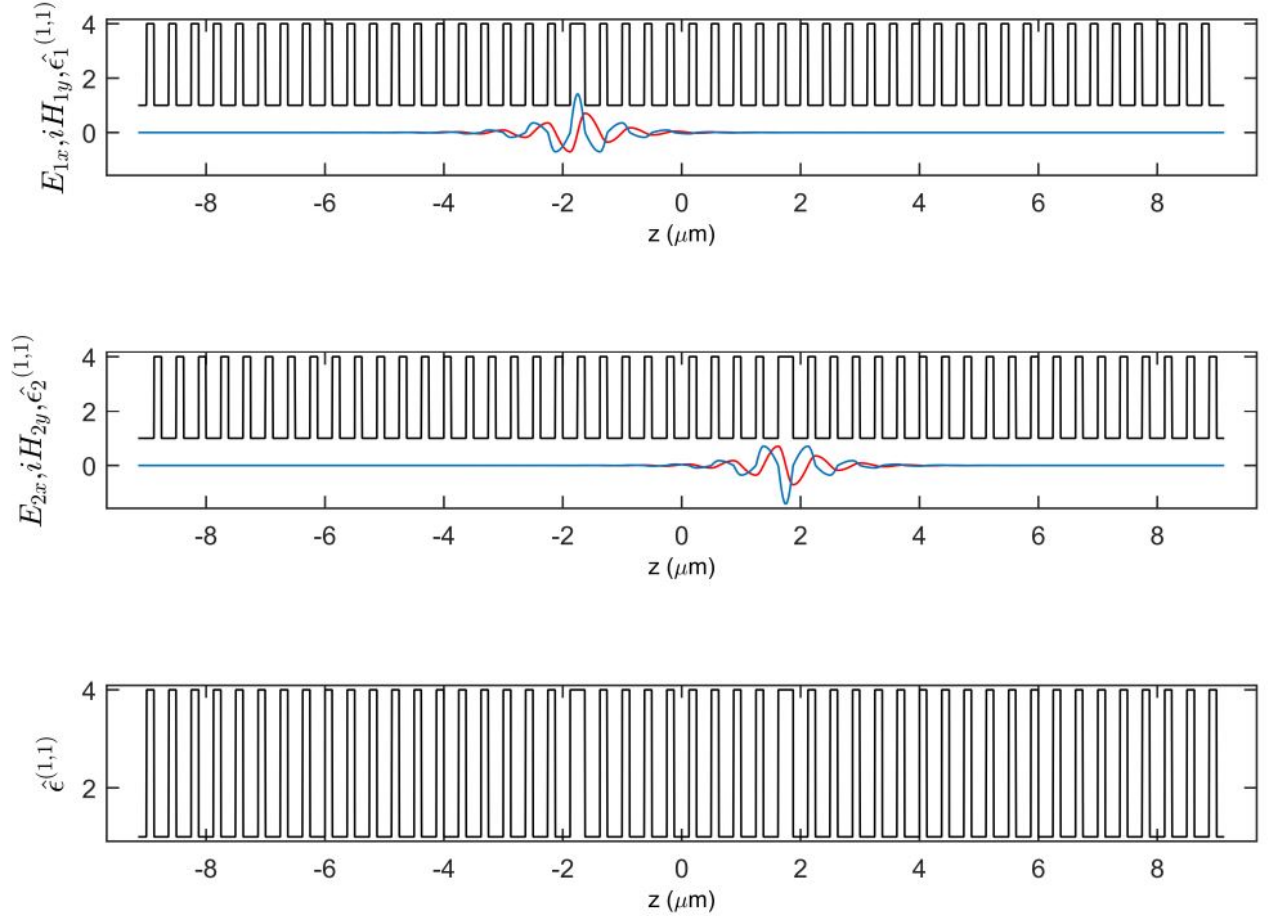


Рисунок 11 — Распределения полей для $E_{1,2x}$ (красные линии) и $H_{1,2y}$ (синие линии), соответствующие решению (52). Распределения поля соответствуют ССК, защищенному симметрией, в случае одного ADL (см.(8)-(12) в [23]).

Показаны все составляющие функций, которые встречаются в этих интегралах. Черная линия показывает распределение диэлектрической проницаемости для тензоров $\widehat{\mathcal{E}}_1$ (верхняя панель), $\widehat{\mathcal{E}}_2$ (средняя панель) и $\widehat{\mathcal{E}}$ (нижняя панель) для $N = 8$. Интегралы (66) в основном тексте могут быть

записаны, соответственно, следующим образом:

$$I_1 = \int dz \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 = \int dz (E_{1x}^\dagger \hat{\epsilon}_2^{(1,1)} E_{2x} + H_{1y}^\dagger H_{2y});$$

$$I_2 = \int dz \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}} \mathbb{E}_2 = \int dz (E_{1x}^\dagger \hat{\epsilon}^{(1,1)} E_{2x} + H_{1y}^\dagger H_{2y}).$$

$$\widehat{\mathcal{E}} = \begin{cases} \widehat{\mathcal{E}}_1 & \text{if } z < 0 \\ \widehat{\mathcal{E}}_2 & \text{if } z > 0. \end{cases} \quad (58)$$

Ищем решение как суперпозицию полей двух резонаторов по отдельности:

$$\mathbb{E}(t) = a_1(t)\mathbb{E}_1 + a_2(t)\mathbb{E}_2. \quad (59)$$

Используем следующее условие нормировки:

$$\int dz \mathbb{E}_{1,2}^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_{1,2} \mathbb{E}_{1,2} = 1. \quad (60)$$

Уравнение (60) показывает, что энергия всей моды равна единице. Теперь подставим (59) в уравнение (57):

$$a_1 \widehat{\mathcal{L}}\mathbb{E}_1 + a_2 \widehat{\mathcal{L}}\mathbb{E}_2 = \widehat{\mathcal{E}}\mathbb{E}_1 da_1/dt + \widehat{\mathcal{E}}\mathbb{E}_2 da_2/dt. \quad (61)$$

В уравнении (61) $a_{1,2}$ зависит от времени, а $\mathbb{E}_{1,2}$ от координаты z . Подставляя (56) в (61), получаем:

$$-ia_1\omega_0\widehat{\mathcal{E}}_1\mathbb{E}_1 - ia_2\omega_0\widehat{\mathcal{E}}_2\mathbb{E}_2 = \widehat{\mathcal{E}}\mathbb{E}_1 da_1/dt + \widehat{\mathcal{E}}\mathbb{E}_2 da_2/dt. \quad (62)$$

Уравнения ВТСМ не включают зависимости от координат. Чтобы от нее избавиться, необходимо умножить уравнение (62) на $\mathbb{E}_{1,2}^\dagger$ и проинтегрировать по всему пространству:

$$\int -\mathbb{E}_1^\dagger i a_1 \omega_0 \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 dz - \int \mathbb{E}_1^\dagger i a_2 \omega_0 \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 = \int \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 da_1/dt + \int \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 da_2/dt, \quad (63)$$

$$\int -\mathbb{E}_2^\dagger i a_1 \omega_0 \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 dz - \int \mathbb{E}_2^\dagger i a_2 \omega_0 \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 = \int \mathbb{E}_2^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 da_1/dt + \int \mathbb{E}_2^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 da_2/dt. \quad (64)$$

Теперь введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} I_1 &= \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 dz = \mathbb{E}_2^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 dz, \\ I_2 &= \mathbb{E}_1^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_1 \mathbb{E}_1 dz = \mathbb{E}_2^\dagger \widehat{\mathcal{E}}_2 \mathbb{E}_2 dz. \end{aligned} \quad (65)$$

Воспользовавшись условием нормировки, и подставляя (66) в уравнения (64) и (65), получаем:

$$\begin{aligned} -i a_1 \omega_0 - i a_2 \omega_0 I_1 &= da_1/dt + da_2/dt I_2, \\ -i a_1 \omega_0 - i a_2 \omega_0 I_1 &= da_1/dt I_2 + da_2/dt. \end{aligned} \quad (66)$$

Из уравнения (66) составим матричное уравнение:

$$-i \omega_0 \begin{pmatrix} 1 & I_1 \\ I_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & I_2 \\ I_2 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Теперь выразим производную из уравнения (67). Для этого найдем обратную матрицу.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - I_2^2} \begin{pmatrix} -i\omega_0 + iI_1I_2\omega_0 & iI_2\omega_0 - iI_1\omega_0 \\ -iI_1\omega_0 + iI_2\omega_0 & iI_1I_2\omega_0 - i\omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Так как $I_{1,2} \ll 1$, то $I_{1,2}^2$ – бесконечно малые второго порядка. С учетом этого, придем к итоговому уравнению этого раздела, обозначив $v = \omega_0(I_1 - I_2)$:

$$\begin{pmatrix} \omega_0 & v \\ v & \omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad (69)$$

где v — это так называемая константа туннелирования. Она возникает из-за перекрытия полей в центральном волноводе.

4.3 Уравнения ВТСМ для двух открытых резонаторов

Теперь рассмотрим случай когда $\phi_{1,2} \neq 0$. ССК в дефектах теперь становится квази-ССК, т.е. теперь резонансы связаны с y -волнами. Уравнение ВТСМ для амплитуд резонансных мод в таком случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{da_1(t)}{dt} &= -(i\omega_0 + \gamma)a_1(t) - i va_2 + \langle d^* | s_1^{(+)}(t) \rangle, \\ \frac{da_2(t)}{dt} &= -(i\omega_0 + \gamma)a_2(t) - i va_1 + \langle d^* | s_2^{(+)}(t) \rangle. \end{aligned} \quad (70)$$

Ищем решение уравнений в виде $a_{1,2} = a_0 e^{-i\omega t}$:

$$\begin{aligned} a_1(i(\omega_1 - \omega) + \gamma_1) + i va_2 &= \langle d^* | s_1^{(+)}(t) \rangle, \\ a_2(i(\omega_2 - \omega) + \gamma_2) + i va_1 &= \langle d^* | s_2^{(+)}(t) \rangle. \end{aligned} \quad (71)$$

Фазы волн в волноводах отсчитываются от границ резонатора, см. Рисунок 10. Тогда векторы падающих волн будут иметь вид:

$$\begin{aligned} |s_1^{(+)}(t)\rangle &= \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ e^{ikL} s_{\leftarrow} \end{pmatrix}, \\ |s_2^{(+)}(t)\rangle &= \begin{pmatrix} e^{ikL} s_{\rightarrow} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (72)$$

где e^{ikL} — набег фазы в центральном ФК-волноводе. Теперь раскроем произведение $\langle d^* | s_1^{(+)}(t) \rangle$ и $\langle d^* | s_2^{(+)}(t) \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle d | s_1^{(+)}(t) \rangle &= \begin{pmatrix} d_1 & -d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ e^{ikL} s_{\leftarrow} \end{pmatrix} = d_1(s_1^{(+)} - e^{ikL} s_{\leftarrow}), \\ \langle d | s_2^{(+)}(t) \rangle &= \begin{pmatrix} -d_2 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ikL} s_{\rightarrow} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix} = d_2(s_2^{(+)} - e^{ikL} s_{\rightarrow}). \end{aligned} \quad (73)$$

Подставляя (73) в (70), получим:

$$\begin{pmatrix} i(\omega_1 - \omega) + \gamma_1 & iv \\ iv & i(\omega_2 - \omega) + \gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1(s_1^{(+)} - e^{ikL} s_{\leftarrow}) \\ d_2(s_2^{(+)} - e^{ikL} s_{\rightarrow}) \end{pmatrix}. \quad (74)$$

Уравнение (36) в задаче для 2х резонаторов выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} s_1^{(-)} \\ s_{\rightarrow} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & ie^{i\psi} \\ ie^{i\psi} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1^{(+)} \\ s_{\leftarrow} e^{ikL} \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} d_1 \\ -d_1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} s_{\leftarrow} \\ s_2^{(-)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & ie^{i\psi} \\ ie^{i\psi} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{\rightarrow} e^{ikL} \\ s_2^{(+)} \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} -d_2 \\ d_1 \end{pmatrix}. \quad (75)$$

Из матричных уравнений (75) получим:

$$\begin{aligned} s_1^{(-)} &= d_1 a_1 + ie^{i\psi+kL}, \\ s_2^{(-)} &= d_2 a_2 + ie^{i\psi+kL}, \\ s_{\rightarrow} &= -d_1 a_1 + ie^{i\psi+kL} s_1^{(+)}, \\ s_{\leftarrow} &= -d_2 a_2 + ie^{i\psi+kL} s_2^{(+)}. \end{aligned} \quad (76)$$

Комбинируя уравнения (76), мы можем избавиться от неизвестных волн $s_{\rightarrow}, s_{\leftarrow}$:

$$\begin{aligned} s_1^{(-)} &= d_1 a_1 - id_2 e^{i(\psi+kL)} a_2 - e^{i(2\psi+kL)} s_2^{(+)}, \\ s_2^{(-)} &= d_2 a_2 - id_1 e^{i(\psi+kL)} a_1 - e^{i(2\psi+kL)} s_1^{(+)}. \end{aligned} \quad (77)$$

Подставляя (77) в (74) мы приходим к итоговому уравнению:

$$\begin{pmatrix} i(\omega_1 - \omega) + \gamma_1 & iv - d_1 d_2 e^{ikL} \\ iv - d_1 d_2 e^{ikL} & i(\omega_2 - \omega) + \gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 (s_1^{(+)} - i s_2^{(+)} e^{i(kL+\psi)}) \\ d_2 (s_2^{(+)} - i s_1^{(+)} e^{i(kL+\psi)}) \end{pmatrix}. \quad (78)$$

Из этого уравнения мы можем выразить амплитуды $a_{1,2}$ и из уравнения $s_2^{(-)} = d_2 a_2 - i d_1 e^{i(\psi+kL)} a_1 - e^{i(2\psi+kL)} s_1^{(+)}$ определить коэффициент отражения:

$$\rho = |\widehat{A}|^{-1} (d_1^2 (i(\omega_2 - \omega) + \gamma_2) + 2i d_1 d_2 e^{i(\psi+kL)} (i v - d_1 d_2 e^{ikL}) + d_2^2 e^{2i(\psi+kL)} (i(\omega_1 - \omega) - \gamma_1)), \quad (79)$$

где матрица $|\widehat{A}|$ имеет вид:

$$\widehat{A} = \begin{pmatrix} i(\omega_1 - \omega) + \gamma_1 & i v - d_1 d_2 e^{ikL} \\ i v - d_1 d_2 e^{ikL} & i(\omega_2 - \omega) + \gamma_2 \end{pmatrix}. \quad (80)$$

В случае одиночного дефектного слоя матрица прямого процесса имеет вид:

$$\widehat{C}_0 = e^{ik_o d_{ADL}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (81)$$

т.е. y -волна, распространяясь через дефектный слой, накапливает фазу $k_o d_{ADL}$

$$\psi = k_o d_{ADL} - \pi/2. \quad (82)$$

Тогда константа связи $d_{1,2}$ принимает вид:

$$d_{1,2} = e^{ik_o d_{ADL}/2} \sqrt{\gamma_{1,2}}. \quad (83)$$

Выражения для $\omega_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$ были получены в [24]:

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= \omega_{\text{PBG}} + \frac{\omega_{\text{PBG}}}{\pi} q(1-q) \sin(\pi q) \cdot \phi_{1,2}^2 + \mathcal{O}(\phi_{1,2}^4), \\ \gamma_{1,2} &= \frac{2\omega_{\text{PBG}}}{\pi} q(1-q) \cos^2(\pi q/2) \cdot \phi_{1,2}^2 + \mathcal{O}(\phi_{1,2}^4). \end{aligned} \quad (84)$$

где $q = n_o/n_e$. Фаза kL (78), накопленная y -волной при распространении между ADL 1 и ADL 2 см. Рисунок 10, равна:

$$kL = k_o N(d_o + d_e) + k_o d_o. \quad (85)$$

5 Результаты и обсуждения

Рисунки 12-14 показывает спектры отражения, вычисленные методом Берремана и ВТСМ. Видно, что две резонансные линии приближаются друг к другу с увеличением числа периодов N в ФК между ADL. При $N = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32$ и так далее, ширина одной из резонансных линий коллапсирует, если $\phi_1 = \phi_2 = \pi/72$. Коллапсы резонансных линий происходят из-за связи

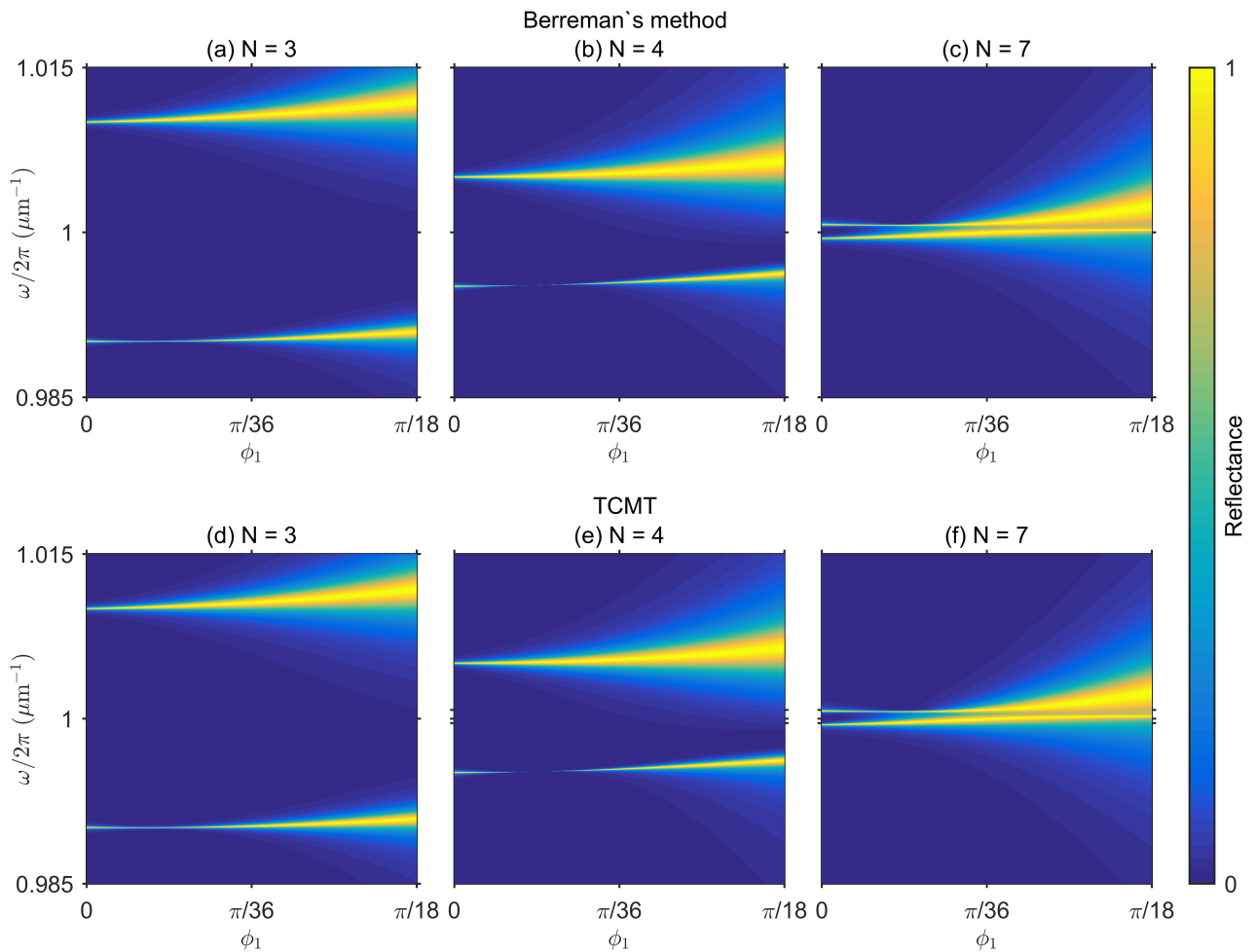


Рисунок 12 — Спектры отражения, полученные с использованием (а–с) метода матрицы переноса Берремана и (d–f) модели ВТСМ при $N = 3$ (a, d); $N = 4$ (b, e) и $N = 7$:(c, f). Остальные параметры такие же, как в подписи к рисунку 8

между резонансными модами, локализованными в обоих ADL, что подтверждается квазипересечением резонансных линий. На рисунке 13 (a-c) красная пунктирная линия показывает резонансную частоту ω_1 в зависимости от угла

поворота для структуры, содержащей только ADL 1. Красная сплошная линия показывает резонансную частоту ω_2 для структуры, содержащей только ADL 2, угол поворота которой фиксирован. Обе линии получены с использованием уравнений (84). Можно видеть, что в системе с двумя ADL резонансные линии проходят ниже и выше резонансных частот $\omega_{1,2}$.

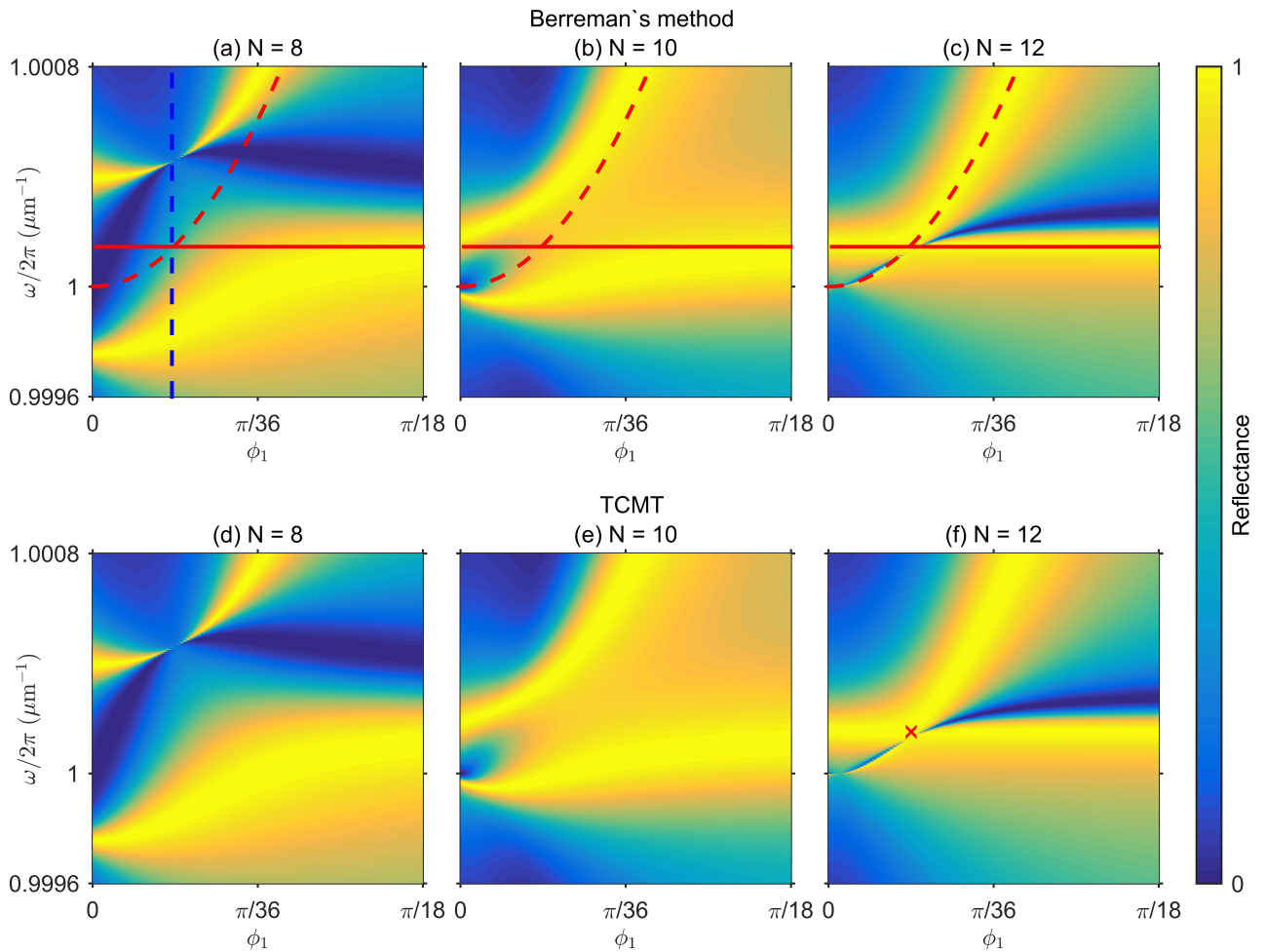


Рисунок 13 — Спектры отражения, полученные с использованием (a–c) метода Берремана и (d–f) модели ВТСМ при $N = 8$ (a, d), $N = 10$ (b, e), и $N = 12$ (c, f). Остальные параметры такие же, как в подписи к рисунку (8). Синяя пунктирная линия на (a) при угле $\phi_1 = 2.4\pi/180$ соответствует спектру на рисунке (7). Красные линии на (a–c) соответствуют собственным частотам ω_1 (пунктирная линия) и ω_2 (сплошная линия), полученным из уравнения (84). Красный крест соответствует положению частоты ФП-ССК, полученной из (90) и (91)

Связь между резонансными модами обусловлена недиагональными элементами матрицы $|\hat{A}|$ в (80), которые стремятся к нулю с увеличением числа

периодов между ADL:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} v = 0, \quad (86)$$

так как распределения полей $\mathbb{E}_{1,2}$ являются эванесцентными функциями, экспоненциально затухающими вне ADL [31], т.е. $I_{1,2} = 0$. Это объясняет отталкивание резонансных линий с уменьшением N . На рисунке 14 видно, что при

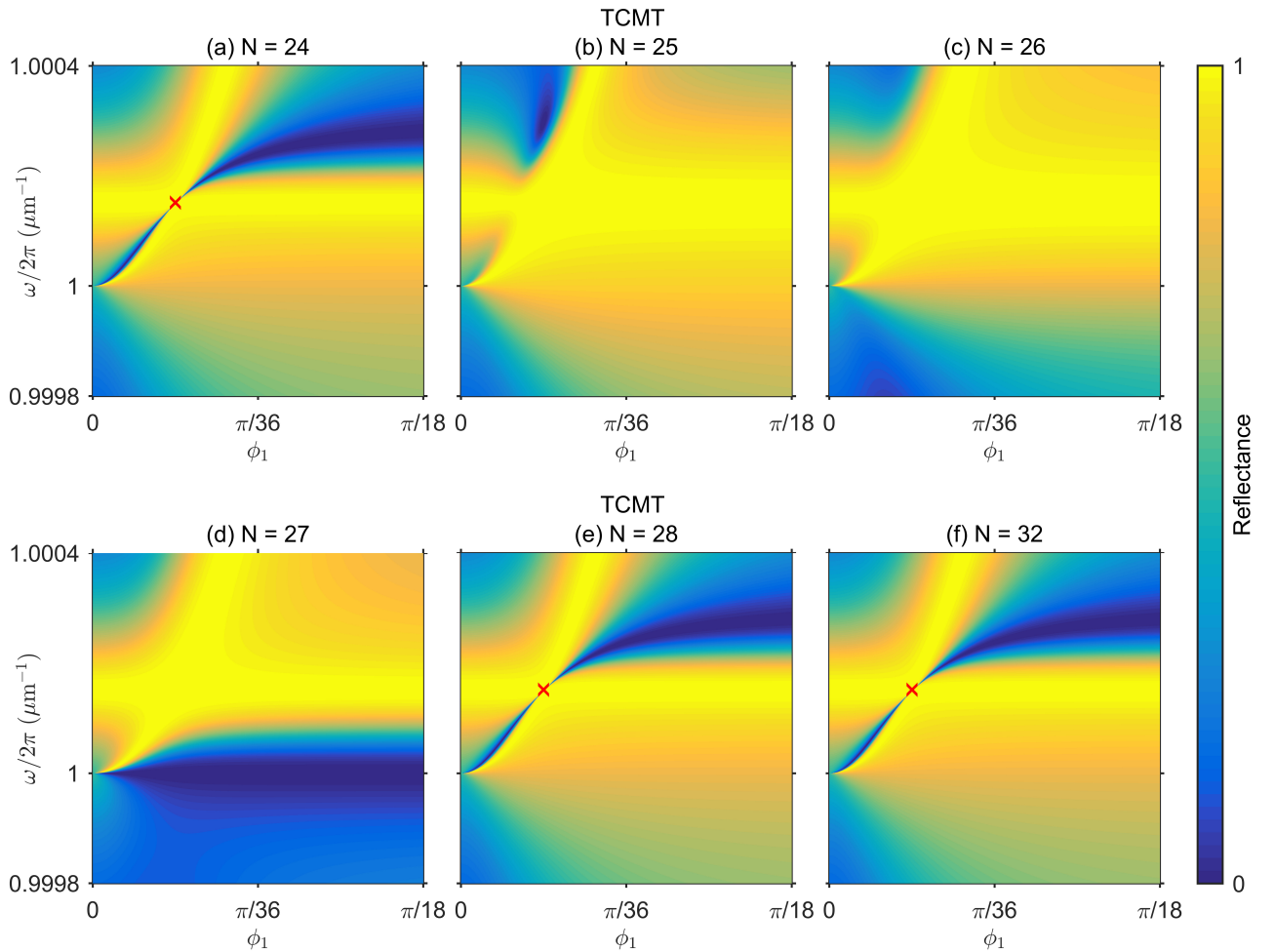


Рисунок 14 — Спектры отражения, полученные в рамках модели ВТСМ при $N = 24$ (a), 25 (b), 26 (c), 27 (d), 28 (e) и 32 (f). Остальные параметры такие же, как в подписи на рисунке (8). Красные кресты соответствуют положениям частот ФП-ССК, полученным из (90) и (91).

больших значениях N спектры повторяются с периодом $\Delta N = 4$. Это можно объяснить тем, что в уравнении (79) мы можем пренебречь членами, содержащими v при больших значениях N . Полученное уравнение не изменяется с

увеличением L на целое число ℓ полуволн:

$$\rho(kL) = \rho(kL + \ell\pi). \quad (87)$$

Согласно уравнению (79) можно показать, что при наших параметрах расчета $k_o d_o = \pi/2$ и $k_o d_e = \pi/4$ для $\omega = \omega_{\text{PBG}}$, наименьшее целое число $\ell = 3$ при $\Delta N = 4$. Разница между двумя методами наблюдается, когда приближения, используемые для построения ВТСМ, $\phi_{1,2} \ll 1$ и $v \ll 1$, нарушаются, см. Рисунок 15.

Параметры, при которых происходит коллапс резонансной линии, можно найти, решая задачу на собственные значения, которая формулируется как:

$$\hat{A}|a\rangle = 0. \quad (88)$$

ССК можно найти как решение уравнения (88) с действительной собственной частотой $\omega = \omega_{\text{BIC}}$. Однако есть более удобный способ получить условие для ФП-ССК для $N \gg 1$. Два ADL могут действовать как пара идеальных зеркал, запирающие волны между ними. ФП-ССК формируются, когда резонансная частота или расстояние, L , между двумя ADL настраиваются так, чтобы фазовые сдвиги за один оборот складывались в целое число 2π . Тогда уравнение для ФП-ССК примет следующий вид:

$$\psi_{\text{res}} + k_o L = \pi\ell, \quad (89)$$

где $\psi_{\text{res}} = \arg(S_{11})$ найденное из уравнения (45) есть фаза резонансного отражения от ADL, а ℓ - это целое число. Из уравнения (83) получаем следующую форму ψ_{res} :

$$\psi_{\text{res}} = 2\psi_d = \psi + \pi/2 = k_o d_{\text{ADL}}, \quad (90)$$

где $\psi_d = \arg(d)$ это фаза постоянной связи уравнения (51). Учитывая, что $k_o = \omega_{\text{BIC}} n_o / c$ и выражение для L (85), мы можем получить уравнение для частот ФП-ССК:

$$\omega_{\text{BIC}} = \frac{\pi \ell c}{n_o(d_{\text{ADL}} + N(d_o + d_e) + d_o)}. \quad (91)$$

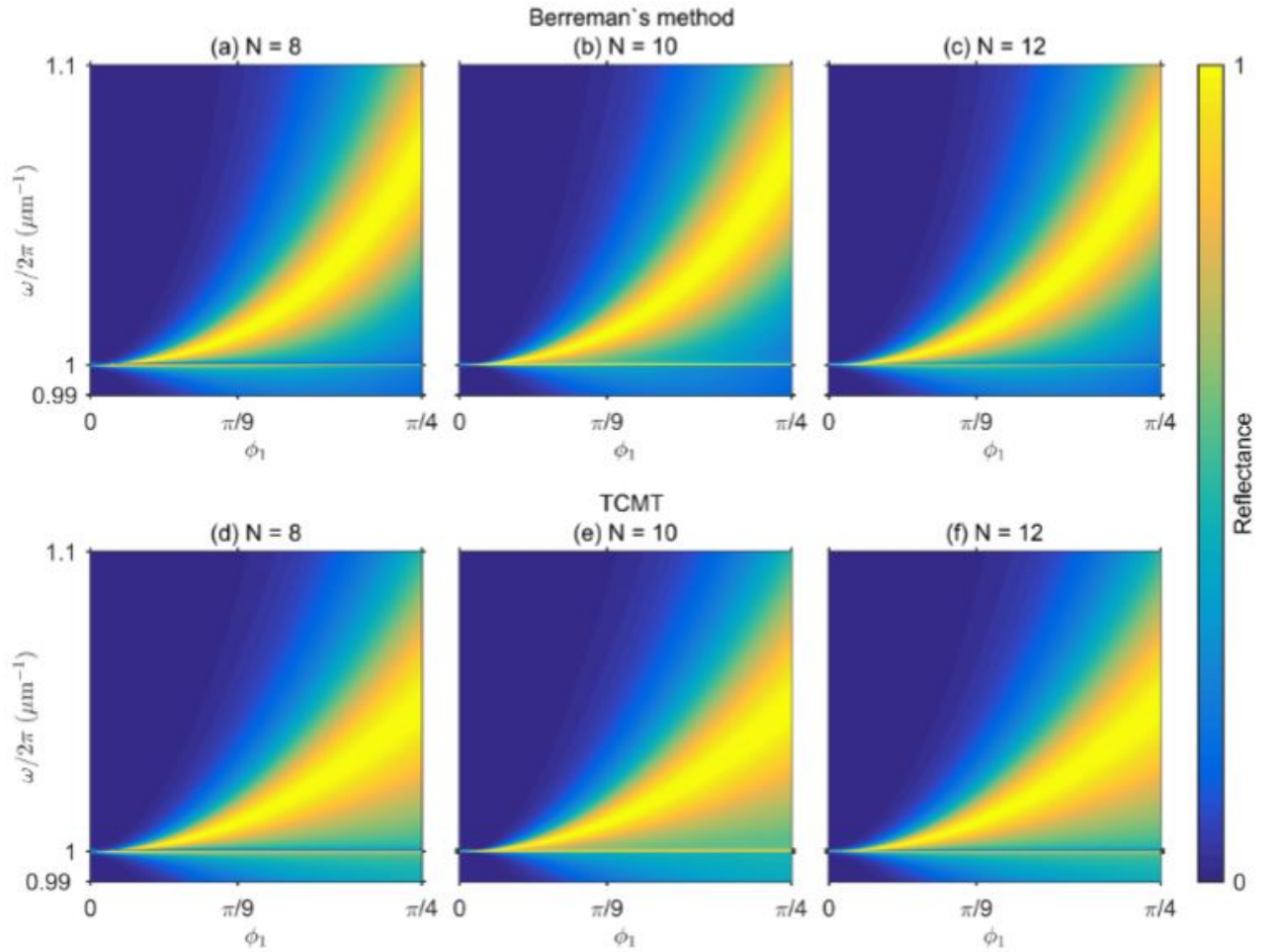


Рисунок 15 — Спектры отражения, полученные с использованием (а–с) метода Берремана и (d–f) модели ВТСМ при $N = 8$ (a, d), $N = 10$ (b, e), $N = 12$ (c, f). Параметры следующие: $n_o = 1$, $d_o = 0.25$ микрометра, $n_e = 2$, $d_e = 0.125$ микрометра, $m = 20$, $\phi_2 = 2.5$. Заметно различие между двумя методами при углах $\phi_1 > \pi/9$.

Требуемое значение ℓ определяется с помощью уравнения (56) следующим образом:

$$\omega_{\text{BIC}} = \omega_{1,2}(\phi_{1,2}). \quad (92)$$

Решение уравнения (90) и уравнения (91) показано на рисунках (13) и (14) красными крестами. Как видно, для $N = 12$, частота ФП-ССК, найденная из вышеуказанных уравнений, соответствует численным данным с хорошей точностью, в то время как для $N = 24, 28, 30$ она соответствует точной позиции схлопывания резонансной линии. Отклонение при $N = 12$ обусловлено тем, что уравнение (89) не учитывает постоянную туннельной связи v , см. уравнение (86).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были найдены ССК типа Фабри-Перо в анизотропном фотонном кристалле, содержащем два анизотропных дефектных слоя. Каждый из дефектных слоёв по отдельности может поддерживать связанное состояние в континууме, защищенное симметрией, таким образом выполняя роль идеального зеркала в резонаторе Фабри-Перо. Была построена полностью аналитическая модель для решения задачи рассеяния в рамках временной теории связанных мод. На основе аналитической модели были построены спектры, согласующиеся с численными спектрами, построенными методом трансфер-матрицы Берремана. С помощью аналитической модели были объяснены некоторые спектральные особенности, в частности квазипересечение резонансных линий, коллапсы резонансных линий при реализации ССК типа Фабри-Перо и периодичность спектров при удалении дефектных слоёв друг от друга. Полученная модель может быть использована при проектировании микрорезонаторов с управляемой добротностью [26], [32].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Photonic Crystals Towards Nanoscale Photonic Devices / J. M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger et al. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg: Springer, Berlin, Heidelberg, 2005. — 430 с. - ISBN 978-3-540-27701-9
2. Звездин, А. К. Квантовая механика плененных фотонов оптические микрорезонаторы, волноводы, фотонные кристаллы / А. К. Звездин // природа. — 2004. — Т. 10, № 1070. — С. 12–23.
3. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. — Москва: Мир, 1987. — 616 с.
4. Kopp, V. I. Lasing in chiral photonic structures / V. I. Kopp, Z. Q. Zhang, A. Z. Genack // Progress in Quantum Electronics. — 2003. — Т. 27, № 6. — С. 369–416.
5. Belyakov, V. A. Optical edge modes in photonic liquid crystals / V. A. Belyakov, S. V. Semenov // J. Exp. Theor. Phys. — 2009. — Т. 109, № 4. — С. 687–699.
6. Ветлужский, А. Ю. О резонансных свойствах двумерных фотонных кристаллов / А. Ю. Ветлужский // Письма в Журнал технической физики. — 2010. — Т. 36, № 12. — С. 78–85.
7. Панкин, П. С. Оптические свойства наноструктурированных фотонных кристаллов: дис. ... канд физ.-мат. наук : 01.05.05, 01.04.07 / Панкин Павел Сергеевич. – Красноярск, 2018. — С. 140.
8. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition) / J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade. — Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2008. — 304 с.
9. Hsu, Chia Wei, Zhen, Bo, Stone, A Douglas, Joannopoulos, J D, Soljačić, Marin Bound states in the continuum / Hsu, Chia Wei, Zhen, Bo, Stone, A Douglas, Joannopoulos, J D, Soljačić, Marin // Nat. Rev. Mater.. — 2016. — Т. 1, № 18. — С. 16048.

10. Koshelev, K. L. et al. Bound states in the continuum in photonic structures / K. L. Koshelev et al. // *Physics-Uspekhi*. – 2021. – Vol. 93, No. 12..
11. Azzam, S. I., Kildishev, A. V. Photonic bound states in the continuum: from basics to applications / S. I. Azzam, A. V. Kildishev // *Advanced Optical Materials*. – 2021. – Vol. 9, No. 1. – P. 2001469.
12. Joseph, S., Pandey, S., Sarkar, S., Joseph, J. Bound states in the continuum in resonant nanostructures: an overview of engineered materials for tailored applications / S. Joseph, S. Pandey, S. Sarkar, J. Joseph // *Nanophotonics*. – 2021. – Vol. 10, No. 17. – P. 4175-4207.
13. Azzam, S. I., Kildishev, A. V. / Azzam, S. I., Kildishev, A. V. (2021). Photonic bound states in the continuum: from basics to applications. *Advanced Optical Materials*. – Vol. 9, No. 1. - P. 2001469.
14. Joseph, S., Pandey, S., Sarkar, S., Joseph, J. Bound states in the continuum in resonant nanostructures: an overview of engineered materials for tailored applications / S. Joseph, S. Pandey, S. Sarkar, J. Joseph // *Nanophotonics*. – 2021. – Vol. 10, No. 17. – P. 4175-4207..
15. Jordan, P., von Neumann, J., Wigner, E. P. On an algebraic generalization of the quantum mechanical formalism / P. Jordan, J. von Neumann, E. P. Wigner // *The Collected Works of Eugene Paul Wigner: Part A: The Scientific Papers*. – 1993. – P. 298-333.
16. Sadreev, A. F. Interference traps waves in an open system: bound states in the continuum / A. F. Sadreev // *Reports on Progress in Physics*. – 2021. – Vol. 84, No. 5. – P. 055901.
17. Hwang, M. S., Lee, H. C., Kim, K. H., Jeong, K. Y., Kwon, S. H., Koshelev, K., Kivshar, Y., Park, H. G. Ultralow-threshold laser using super-bound states in the continuum / M. S. Hwang et al. // *Nature Communications*. – 2021. – Vol. 12, No. 1. – P. 4135.
18. Hu, T., Qin, Z., Chen, H., Chen, Z., Xu, F., Wang, Z. High-Q filtering and dynamic modulation in all-dielectric metasurfaces induced by quasi-BIC / T. Hu

et al. // *Optics Express*. – 2022. – Vol. 30, No. 11. – P. 18264-18272.

19. Maksimov, D. N., Gerasimov, V. S., Bogdanov, A. A., Polyutov, S. P. Enhanced sensitivity of an all-dielectric refractive index sensor with an optical bound state in the continuum / D. N. Maksimov, V. S. Gerasimov, A. A. Bogdanov, S. P. Polyutov // *Physical Review A*. – 2022. – Vol. 105, No. 3. – P. 33518.

20. Ye, F., Yu, Y., Xi, X., Sun, X. Second-Harmonic Generation in Etchless Lithium Niobate Nanophotonic Waveguides with Bound States in the Continuum / F. Ye, Y. Yu, X. Xi, X. Sun // *Laser Photonics Reviews*. – 2022. – Vol. 16, No. 3. – P. 2100429.

21. Liu, Z., Wang, J., Chen, B., Wei, Y., Liu, W., Liu, J. Giant enhancement of continuous wave second harmonic generation from few-layer GaSe coupled to high-Q quasi bound states in the continuum / Z. Liu, J. Wang, B. Chen, Y. Wei, W. Liu, J. Liu // *Nano Letters*. – 2021. – Vol. 21, No. 17. – P. 7405-7410.

22. Gomis-Bresco, J., Artigas, D., Torner, L. Anisotropy-induced photonic bound states in the continuum / J. Gomis-Bresco, D. Artigas, L. Torner // *Nat. Photonics*. – 2017. – Vol. 11, No. 4. – P. 232-236.

23. Timofeev, I. V., Maksimov, D. N., Sadreev, A. F. Optical defect mode with tunable Q factor in a one-dimensional anisotropic photonic crystal / I. V. Timofeev, D. N. Maksimov, A. F. Sadreev // *Physical Review B*. – 2018. – Vol. 97, No. 2. – P. 24306.

24. Pankin, P. S., Maksimov, D. N., Chen, K-P., Timofeev, I. V. Fano feature induced by a bound state in the continuum via resonant state expansion / P. S. Pankin, D. N. Maksimov, K-P. Chen, I. V. Timofeev // *Scientific Reports*. – 2020. – Vol. 10, No. 1. – P. 13691.


25. Pankin, P. S., Maksimov, D. N., Timofeev, I. V. Bound state in the continuum in an anisotropic photonic crystal supported by a full-wave phase plate / P. S. Pankin, D. N. Maksimov, I. V. Timofeev // *JOSA B*. – 2022. – Vol. 39, No. 4. – P. 968-972.

26. Pankin, P. S., Wu, B. R., Yang, J. H., Chen, K. P., Timofeev, I. V., Sadreev, A. F. One-dimensional photonic bound states in the continuum / P. S. Pankin, B. R. Wu, J. H. Yang, K. P. Chen, I. V. Timofeev, A. F. Sadreev // *Communications Physics*. – 2020. – Vol. 3, No. 1. – P. 91.
27. Wu, B-R. et al. Quasi-Bound States in the Continuum with Temperature-Tunable Q Factors and Critical Coupling Point at Brewster's Angle / B-R. Wu et al. // *Laser Photonics Reviews*. – 2021. – Vol. 15, No. 5. – P. 2000290.
28. Bulgakov, E. N., Sadreev, A. F. Bound states in photonic Fabry-Perot resonator with nonlinear off-channel defects / E. N. Bulgakov, A. F. Sadreev // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 81, No. 11. – P. 115128.
29. Berreman, D. W. Optics in stratified and anisotropic media: 4×4-matrix formulation / D. W. Berreman // *JOSA*. – 1972. – Vol. 62, No. 4. – P. 502-510.
30. Аззам, Р., Башара, Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. – М.: Мир, 1981. – Т. 584.
31. Das, P., Mukherjee, S., Jana, S., Ray, S. K., Bhaktha, B. S. Resonant and non-resonant coupling of one-dimensional microcavity mode and optical Tamm state / P. Das, S. Mukherjee, S. Jana, S. K. Ray, B. S. Bhaktha // *Journal of Optics*. – 2020. – Vol. 22, No. 6. – P. 065002.
32. Krasnov, A. I., et al. Voltage-tunable Q factor in a photonic crystal microcavity / A. I. Krasnov, et al. // *Optics Letters*. – 2023. – Vol. 48, No. 7. – P. 1666-1669.

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт инженерной физики и радиоэлектроники
Базовая кафедра фотоники и лазерных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой


А.Н. Втюрин
подпись


« 20 » июня 2023 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ


Связанное состояние в континууме в одномерном анизотропном
фотонном кристалле

16.04.01 Техническая физика

16.04.01.02 Оптическая физика и квантовая электроника

Руководитель 
подпись, дата доцент, канд. физ-мат наук Панкин П.С.
должность, ученая степень

Выпускник 
подпись, дата Наболь С. В.

Рецензент 
подпись, дата Зав. лаб, д-р, физ-мат наук Тимофеев И.В.
должность, ученая степень

Нормоконтроль
А.М.С.

Красноярск 2023