

EDN: RPANYE

УДК 629.124: 681.883

Analysis of the Coefficient of the Nonlinearity Coefficient for the Frequency Instability of the Characteristics of the Oscillatory Circuit at Power Resonance Using the MATLAB Application Package

Grigory V. Dorofeev*,
Pavel A. Starodubtsev and Marina V. Nagaeva
*Pacific Higher Naval School named after S. O. Makarov
Vladivostok, Russian Federation
Far Eastern State Technical Fisheries University
Vladivostok, Russian Federation*

Received 21.03.2023, received in revised form 10.08.2023, accepted 07.09.2023

Abstract. This article presents a theoretical calculation of the behavior of an oscillatory circuit in force resonance, taking into account the influence of nonlinear circuit elements. The presence of nonlinear elements in the circuit of the oscillatory circuit directly affects the frequency characteristics, thereby neglecting their features, frequency and amplitude fluctuations appear. To analyze the effect of the element nonlinearity coefficient on the frequency characteristics, a program was written in the MATLAB application software package.

Keywords: power resonance, oscillatory circuit, harmonic balance method, the nonlinearity coefficient, amplitude ambiguity, hysteresis, MATLAB.

Citation: Dorofeev G. V., Starodubtsev P. A., Nagaeva M. V. Analysis of the coefficient of the nonlinearity coefficient for the frequency instability of the characteristics of the oscillatory circuit at power resonance using the MATLAB application package. J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2023, 16(7), 872–881. EDN: RPANYE



Анализ влияния коэффициента нелинейности на неустойчивость частотных характеристик колебательного контура при силовом резонансе с использованием пакета прикладных программ MATLAB

Г. В. Дорофеев, П. А. Стародубцев, М. В. Нагаева

*Тихоокеанское высшее военно-морское училище
им. С. О. Макарова*

Российская Федерация, Владивосток

Дальневосточный государственный

технический рыбохозяйственный университет

Российская Федерация, Владивосток

Аннотация. В этой статье приводится теоретический расчёт поведения колебательного контура при силовом резонансе с учётом влияния нелинейных элементов цепи. Наличие нелинейных элементов в цепи колебательного контура непосредственно влияет на частотные характеристики, тем самым пренебрегая их особенностями появляются частотные и амплитудные флуктуации. Для анализа влияния коэффициента нелинейности элементов на частотные характеристики была написана программа в пакете прикладных программ MATLAB.

Ключевые слова: силовой резонанс, колебательный контур, метод гармонического баланса, коэффициент нелинейности, неоднозначность амплитуды, гистерезис, MATLAB.

Цитирование: Дорофеев Г. В. Анализ влияния коэффициента нелинейности на неустойчивость частотных характеристик колебательного контура при силовом резонансе с использованием пакета прикладных программ MATLAB / Г. В. Дорофеев, П. А. Стародубцев, М. В. Нагаева // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2023, 16(7). С. 872–881. EDN: RПАНУЕ

Введение. Анализируя результаты разных технологий формирования колебательных процессов в электрических цепях, необходимо отметить, что одним из сложнейших аспектов, влияющих на их стабильность, являются типы внешних воздействий.

Структурно эти воздействия можно разделить на два типа: силовое и параметрическое.

Классическим примером силового воздействия на LC -контур является включённый в цепь контура генератор. Он задаёт колебания на некоторой частоте p с возникновением вынужденных колебаний в LC -контуре.

В случае применения для генерации колебаний колебательного контура на базе силового резонанса точность характеристик колебательного контура обуславливает точность свойств генерируемых колебаний. Анализируя выходные характеристики реального колебательного контура при силовом резонансе на широком диапазоне частот от резонансной частоты, были обнаружены следующие особенности:

1) максимальное значение амплитуды не соответствует расчётной резонансной частоте колебательного контура;

2) на граничных частотах полосы пропускания возникает неоднозначность значения амплитуды колебаний.

Что стоит за этими особенностями? Какие процессы в цепи не учитываются, но существенно влияют на значения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), рассмотрим ниже.

Основная часть. Для изучения вышеуказанных особенностей были проведены математические расчёты и программное моделирование АЧХ колебательного контура с помощью пакета прикладных программ для решения технических задач MATLAB.

Математический расчёт. Колебательный контур является нелинейной системой, поэтому рассмотрим, для удобства, поведение слабо нелинейной системы при силовом резонансе и при приближении малых значений: трёх M – малая нелинейность, малая диссипация и малая амплитуда.

К этим трём M , приводящих к затуханию колебаний, добавим ещё и гармоническую внешнюю силу $P_0 \cos(pt)$. Три M будут иметь отрицательное значение, а внешняя гармоническая сила – положительное, таким образом уравнение для колебательного контура будет иметь вид (1):

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = -F(q, \dot{q}) + P_0 \cos(pt), \quad (1)$$

где q – значение заряда и его производные (\ddot{q}, \dot{q}) , ω_0 – циклическая резонансная частота колебательного контура, $F(q, \dot{q})$ – коэффициент малая нелинейность, малая диссипация и малая амплитуда, $P_0 \cos(pt)$ – гармоническая внешняя сила с амплитудой P_0 и частотой воздействия p .

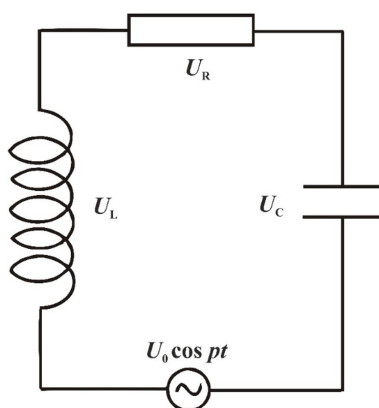


Рис. 1. Колебательный контур

Fig. 1. Oscillatory circuit

Для решения (1) используем метод гармонического баланса (МГБ). Но для начала проведём ряд преобразований уравнения. Согласно второму закону Кирхгофа, общая сумма падения напряжения на элементах системы (рис. 1) будет равна напряжению от внешнего источника колебаний (2):

$$U_c + U_R + U_L = U_0 \cos pt, \quad (2)$$

где U_c , U_R , U_L – значения падения напряжения на конденсаторе, нагрузке и индуктивности соответственно, $U_0 \cos pt$ – общее значение падения напряжения в цепи, подключенной к переменному току.

Распишем более подробно падение напряжений на элементах контура, кроме падения напряжения на ёмкости, так как будем далее рассматривать нелинейную функцию заряда:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + U_C = U_0 \cos pt, \quad (3)$$

где L – индуктивность контура, R – активное сопротивление контура, q – значение заряда.

Разделим выражение 6 на L и получим (4):

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q + \gamma q^3 = P_0 \cos pt, \quad (4)$$

где $\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2}$, $2\delta = \frac{R}{L}$ – два декремента затухания, $\omega_0^2 q + \gamma q^3 = \frac{U_C}{L}$ – линейное слагаемое и кубическая нелинейность, $P_0 = \frac{U_0}{L}$.

Более подробная трансформация выражения $\frac{U_C}{L}$ выглядит следующим образом: $U_C = \frac{q}{C_0}$, следовательно, $\frac{U_C}{L} = \frac{q}{LC_0}$, где C_0 – это среднее значение емкости, а $\frac{1}{LC_0} = \omega_0^2$ есть циклическая частота собственных гармонических колебаний. В выражении (4) есть слагаемое γq^3 , которое необходимо для отражения наличия дополнительных гармоник, возникающих в конденсаторе при колебательном процессе. В результате выражение $\frac{U_C}{L}$ приобретает вид (5):

$$\frac{U_C}{L} = \omega_0^2 q + \gamma q^3. \quad (5)$$

Для решения уравнения (4), как дифференциального уравнения 2-го порядка, общий подход не применим. Наиболее наглядным и информативным способом решения будет – МГБ.

Решение через МГБ уравнения (4) будет определяться в виде суммы гармоник одной частоты, но разных амплитуд:

$$q = a \cos(pt) + b \sin(pt), \quad (6)$$

где a и b малые коэффициенты при гармонических функциях.

Результатом решения уравнения (4) будет известное выражение для резонанса в обычных линейных системах:

$$A^2 = \frac{P_0^2}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2}, \quad (7)$$

где $\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{3}{4}\gamma A^2$ будет являться поправкой, учитывающей влияние нелинейности элементов цепи контура LC . Аналитическим результатом изучения формулы (7) будет график рис. 2.

Анализируя полученный теоретический график АЧХ реального колебательного контура при силовом резонансе на широком диапазоне частот от резонансной частоты, были обнаружены следующие физические явления:

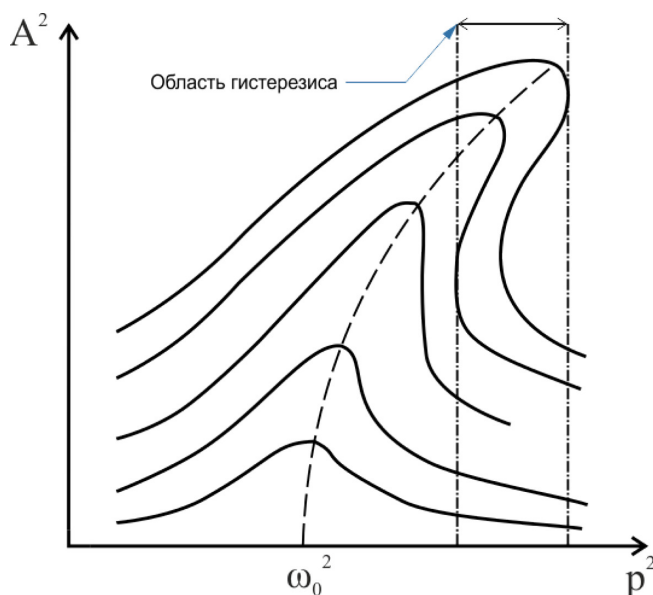


Рис. 2. Аналитический график АЧХ реального колебательного контура

Fig. 2. Analytical graph of the amplitude-frequency response of a real oscillatory circuit

- 1) отличие резонансной частоты колебательного контура от расчетной;
- 2) неоднозначность амплитуды колебаний на граничных частотах полосы пропускания;
- 3) увеличение амплитуды внешнего воздействия, с увеличением области неоднозначности амплитуд;
- 4) наблюдение в правой части аналитического графика неоднозначности частот с появлением «петли гистерезиса».

Компьютерное моделирование. Для анализа выражения (7) в среде MATLAB была написана программа для расчета АЧХ контура LC с известными входными параметрами: входное напряжение $U = 27$ В, индуктивность контура $L = 24$ мкГн, резонансная частота контура ω_0 , соответствующая новому программному обозначению циклической частоты $\omega_0 = 500$ Гц, диапазон расчетов $p = 2000$ Гц, коэффициент затухания δ , соответствующий обозначению $d = 100$, коэффициент нелинейности γ , соответствующий обозначению $\gamma = 300000$.

$U = 27;$ %Амплитуда внешнего воздействия, В

$L = 24 \cdot 10^{-6};$ %Индуктивность колебательного контура, Гн

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot 500;$ %Резонансная частота, Гц

$p = 2 \cdot \pi \cdot 0.01 : 2 \cdot \pi \cdot 2000;$ %Диапазон частот внешнего воздействия

$d = 100;$ %Коэффициент затухания

$\gamma = 300000;$ %Коэффициент нелинейности емкости

Рассчитаем числитель выражения (4):

$P = U/L.$

Создадим нулевую матрицу длиной, равной количеству отсчетов p , рассчитаем первый отсчет и зададим изначальный уровень максимальной амплитуды $mA = 0$:

```

A = zeros(1, length(p));
A(1) = P^2/((w0^2-p(1)^2)^2+4*d^2*p(1)^2);
w1 = w0^2+3/4*y*A(1);
mA = 0;

```

Для непосредственного расчёта выражения (4) при каждом значении пропишем цикл с повторением, равным количеству отсчётов диапазона измерения. При этом с увеличением амплитуды будем присваивать новые значения для mA с условием превышения предыдущего значения:

```

for i = 2: length(p)
A(i) = P^2/((w1-p(i)^2)^2+4*d^2*p(i)^2);
w1 = w0^2+3/4*y*A(i);
if mA<=A(i)
mA = A(i);
mw1 = p(i);
end
end

```

Придадим наглядность изменений резонансной частоты контура и фактического значения через координаты вектора «ухода» [x y] резонансной частоты ω_0 и перпендикуляра [x1 y1] к шкале измерения этой частоты.

```

x0 = linspace(w0, mw1,50);
y0 = linspace(0, sqrt(mA),50);
x1 = [mw1, mw1];
y1 = [sqrt(mA),0];
Выведем полученные результаты на график (рис. 3):
hold on
F = plot(p, sqrt(A),'LineWidth',1);
plot(x0, y0,'—')
plot(x1, y1,'—')
axis([0.85*w0 1.15*w0 0 1.1*sqrt(mA)])
ylabel('A, Кл','Rotation',0);
xlabel('p, Рад/сек','Rotation',0);
hold off

```

Анализ АЧХ колебательного контура с учётом коэффициента нелинейности показал (рис. 3):

1. Знак перед коэффициентом нелинейности определяет сторону «наклона» АЧХ (рис. 4).

2. Увеличение коэффициента нелинейности приводит к «развалу» остроты вершины АЧХ и возникновению области неоднозначности амплитуды и изменению резонансной частоты колебательного контура (рис. 5).

3. Увеличение амплитуды входного напряжения приводит к увеличению влияния коэффициента нелинейности характеристики выходного сигнала, при неизменности этого параметра (рис. 6).

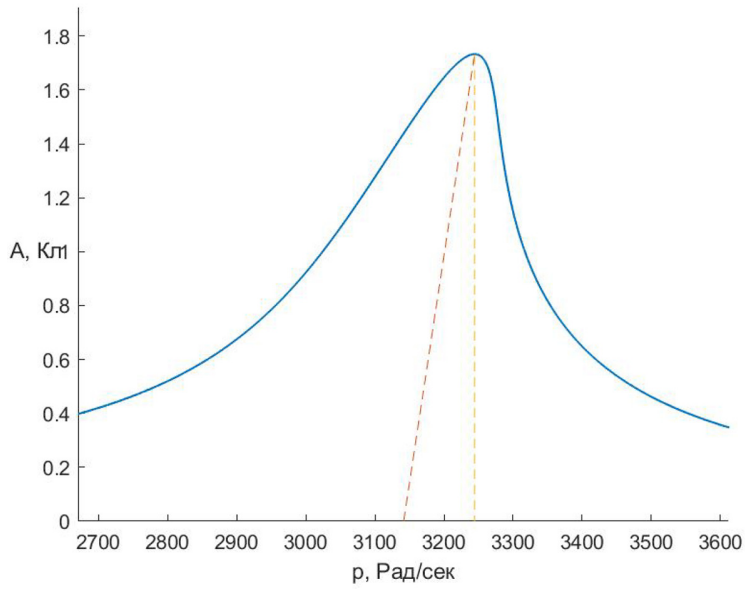


Рис. 3. АЧХ колебательного контура с учетом нелинейности

Fig. 3. Amplitude-frequency response of the oscillatory circuit taking into account the nonlinearity

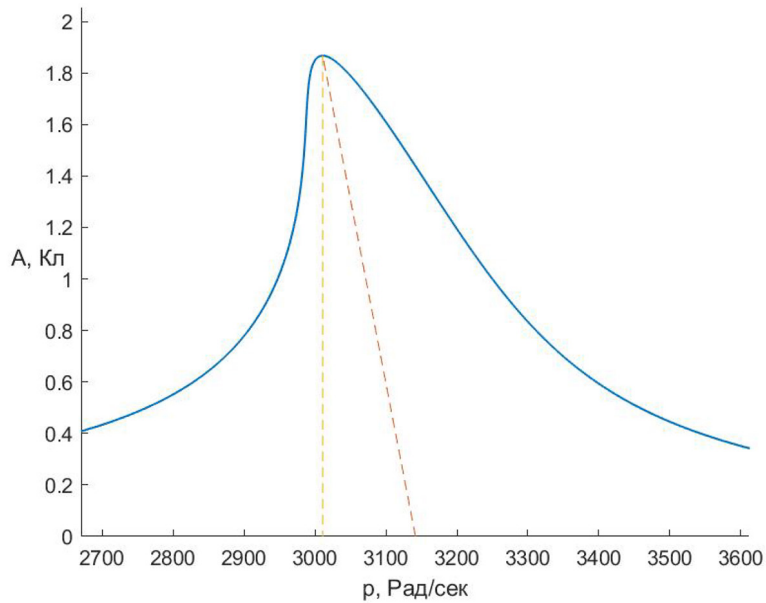


Рис. 4. АЧХ колебательного контура при отрицательном значении коэффициента нелинейности

Fig. 4. Amplitude-frequency response of the oscillatory circuit with a negative value of the nonlinearity coefficient

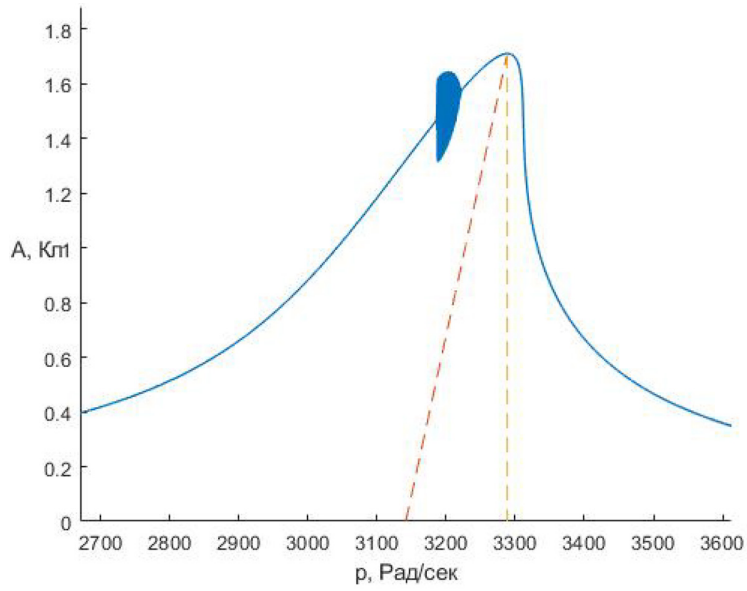


Рис. 5. АЧХ колебательного контура при увеличении значения коэффициента нелинейности

Fig. 5. Amplitude-frequency response of the oscillatory circuit increasing the value of the nonlinearity coefficient

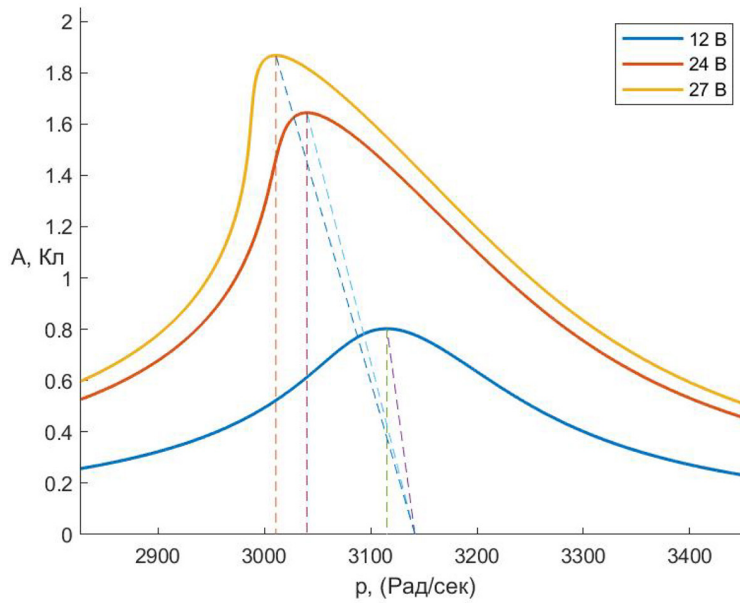


Рис. 6. АЧХ колебательного контура при разных значениях напряжения входного сигнала

Fig. 6. Amplitude-frequency response of the oscillating circuit at different input voltage values

В дополнении из [1] необходимо отметить, что:

1. Резонанс силового происхождения представляет собой частный случай вынужденных колебаний устойчивой системы, а параметрический резонанс – это проявление неустойчивости равновесного состояния, в силу чего система при строго нулевых начальных условиях остается в положении равновесия и только неизбежные отклонения от этого положения могут привести к раскачке.

2. Параметрический резонанс имеет место не только при некоторых дискретных значениях критических частот, но охватывает целую область неустойчивых состояний в окрестности этих частот.

3. Если при силовом резонансе введение линейной силы сопротивления приводит к ограничению резонансной амплитуды, то параметрический резонанс может привести к неограниченной раскачке и при наличии сопротивления, и лишь превышение определенного уровня диссипации устраняет эту опасность.

4. При параметрическом резонансе амплитуды колебаний нарастают по экспоненциальному закону и обычно очень быстро достигают аварийных значений.

Заключение

Для учёта влияния нелинейности в компонентах с реактивным сопротивлением необходимо использование высококачественных элементов цепи (с наименьшими допусками) и применение фильтров, стабилизирующих амплитуду и частоту колебаний. Также стоит в дальнейшем рассмотреть применение второго типа внешнего воздействия на колебательный контур LC для генерации колебаний – параметрический резонанс. Данный тип внешнего воздействия по ранее проведённым исследованиям исключает неоднозначности в значении амплитуды колебаний, даже при учёте коэффициента нелинейности, лишь ограничивая её максимум.

Список литературы / References

[1] Белоглазов В.В., Бирюк Н.Д., Юргелас В.В. Анализ, свойства и потенциальные возможности параметрического контура. Резонанс, *Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника*, 2007, 50(6), 39–51. [Beloglazov V. V., Biryuk N. D., Yurgelas V. V. Analysis, properties and potentials of a parametric contour. Resonance, News of higher educational institutions. Radio electronics, 2007, 50(6), 39–51 (in Rus.)]

[2] Горяченко В.Д. *Элементы теории колебаний*. М.: Высшая школа, 2001, 395. [Goryachenko V. D. Elements of the theory of oscillations. M.: Higher School, 2001, 395. (in Rus.)]

[3] Мандельштам Л.И. *Лекции по теории колебаний*. М.: Наука, 1972, 470. [Mandelstam L. I. Lectures on the theory of oscillations. M.: Nauka, 1972, 470. (in Rus.)]

[4] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022665256 Российская Федерация. Программа расчета АЧХ колебательного контура при силовом резонансе: № 2022664559: заявл. 03.08.2022: опубл. 12.08.2022 / Г.В. Дорофеев, П.А. Стародубцев. [Certificate of state registration of the computer program No. 2022665256 Russian Federation. The program for calculating the frequency response of the oscillatory circuit with force resonance: No. 2022664559: application 03.08.2022: publ. 12.08.2022 / G. V. Dorofeev, P. A. Starodubtsev. (in Rus.)]

[5] Пестриков В. М. Научные исследования Н. Д. Папалекси в области радиотехники в начале XX века, *Актуальные проблемы радио- и кинотехнологий: материалы V Международной научно-технической конференции, посвященной 140-летию со дня рождения выдающегося физика и создателя первой русской усилительной радиолампы Н. Д. Папалекси. В 2 частях, Санкт-Петербург, 24–25 ноября 2020 года*, 2021, 1(1), 10–28. [Pestrikov V.M. N.D. Papaleksi's scientific research in the field of radio engineering at the beginning of the XX century, Actual problems of radio and film technologies: materials of the V International Scientific and Technical Conference dedicated to the 140th anniversary of the birth of the outstanding physicist and creator of the first Russian amplifying radio tube N. D. Papaleksi. In 2 parts, St. Petersburg, November 24–25, 2020, 2021, 1(1), 10–28. (in Rus.)]

[6] Горелик Г. С. *Колебания и волны. 2 изд.* М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959, 572. [Gorelik G.S. Vibrations and waves. 2nd ed. M.: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1959, 572. (in Rus.)]

[7] Стрелков С. П. *Введение в теорию колебаний, 2 изд.* М.: Наука, 1964, 440. [Strelkov S.P. Introduction to the theory of oscillations, 2nd ed. M.: Nauka, 1964, 440. (in Rus.)]

[8] Харкевич А. А. *Избранные труды в трех томах. Том 2. Линейные и нелинейные системы.* М.: Наука, 1973. [Harkevich A.A. Selected works in three volumes. Volume 2. Linear and nonlinear systems. M.: Nauka, 1973. (in Rus.)]

[9] Мигулин В. В. *Основы теории колебаний, 2 изд.* М.: Наука, 1978. [Migulin V. V. Fundamentals of the theory of oscillations, 2nd ed. M.: Nauka, 1978. (in Rus.)]

[10] Папалекси Н. Д. *Полное собрание трудов.* М.: изд. АН СССР, 1948, 428. [Papaleksi N.D. Complete Works. M.: ed. USSR Academy OF Sciences, 1948, 428. (in Rus.)]

[11] Бирюк Н. Д. Качественный анализ свободных колебаний в квазигармоническом резонансном контуре, *Радиотехника и электроника*. 1982, 27(9), 1838–1840. [Biryuk N.D. Qualitative analysis of free oscillations in a quasi-harmonic resonant circuit, *Radio engineering and electronics*. 1982, 27(9), 1838–1840. (in Rus.)]

[12] Бидерман В. Л. *Теория механических колебаний.* М.: Высшая школа, 1980, 408. [Biderman V.L. Theory of mechanical vibrations. M.: Higher School, 1980, 408. (in Rus.)]

[13] Чечурин С. Л., Чечурин Л. С. *Физические основы теории колебаний.* СПб.: Политехнический университет, 2005, 256. [Chechurin S.L., Chechurin L.S. Physical foundations of the theory of oscillations. St. Petersburg: Polytechnic University, 2005, 256. (in Rus.)]

[14] Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. *Основы теории колебаний.* М.: Наука, 1988, 391. [Migulin V. V., Medvedev V.I., Mustel E.R., Parygin V.N. Fundamentals of the theory of oscillations. M.: Nauka, 1988, 391. (in Rus.)]

[15] Мандельштам Л. И. *Полное собрание трудов. Том 2.* М.: изд. АН СССР, 1947. [Mandelstam L.I. Complete works. Vol. 2. M.: ed. USSR Academy of Sciences, 1947. (in Rus.)]