На правах рукописи

Поисеева Саргылана Семеновна

ГРУППЫ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА СТЕПЕНИ НЕПРИВОДИМЫХ ХАРАКТЕРОВ

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Красноярск — 2018

Работа выполнена на кафедре алгебры и математической логики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова»

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор **Казарин Лев Сергеевич**
Официальные оппоненты:	**Колесников Сергей Геннадьевич,** доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева», заведующий кафедрой безопасности информационных технологий
	Ревин Данила Олегович, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБУН «Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук», лаборатория теории групп, ведущий научный сотрудник
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита состоится 6 апреля 2018 г. в 13.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.099.25 на базе ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79, ауд. Б1-01.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» и на сайте http://www.sfu-kras.ru.

Автореферат разослан « » февраля 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.099.25

Шлапунов
Александр Анатольевич

Общая характеристика работы

Постановка задачи и актуальность темы диссертации.

Известно, что одним из мощных методов изучения особенностей строения групп является теория характеров. Начало развитию теории характеров положил фундаментальный труд, построенный в 1896-1899 гг. Ф.Г.Фробениусом «Теория характеров и представлений групп». Но лишь в конце 60-х годов XX века, в связи с интенсивными исследованиями конечных простых групп и их классификацией, теория характеров стала развиваться как самостоятельный объект современной теории групп.

Важным направлением теории характеров является изучение влияния степеней неприводимых характеров на строение группы. Впервые подобные исследования были начаты И.М.Айзексом и Д.С.Пассманом[1]. В 1965 г. ими была предпринята первая попытка классифицировать группы, имеющие ровно две степени неприводимых характеров. Они свели задачу к случаю $d = p^\alpha$, где d – наибольшая степень неприводимого характера, p – простое число и группам с неабелевой силовской p-подгруппой. В 1968 г. Г.Зейцем[2] исследованы группы, имеющие ровно одно неприводимое неодномерное представление, т.е. K-представление степени больше чем 1, где K – алгебраически замкнутое поле нулевой характеристики. Было доказано, что таковыми являются либо группы порядка 2^k (k – натуральное нечетное число), центр которых совпадает с коммутантом и имеет порядок 2, либо группы преобразований $x \to ax + b$ конечного поля $GF(p^n)$.

В общем случае степени неприводимых характеров несут довольно скудную информацию о строении группы. Поэтому естественно изучать группы, у которых степени неприводимых характеров имеют некоторые дополнительные свойства и удовлетворяют определенным ограничениям.

Представляют особый интерес случаи, когда степени неприводимых характеров удовлетворяют некоторым экстремальным свойствам.

В 2006-2008 гг. Н.Снайдером[3] изучались группы с неприводимым комплексным характером степени d, для которого

$$|G| = d(d + e)$$

[1]Isaacs, I.M. A characterization of groups in terms of the degrees of their characters / I.M. Isaacs, D.S. Passman // Pacific J. Math. – 1965. – V. 15, № 3. – P. 877–903.

[2]Seitz, G.M. Finite groups having only one irreducible representation of degree greater than one / G.M. Seitz // Proc. Amer. Math. Soc. – 1968. – V. 19, №. 2. – P. 459–461.

[3]Snyder, N. Groups with a character of large degree / N. Snyder // Proc. Amer.Math.Soc. – 2008. – V. 136. – P. 1893–1903.

для некоторой константы e. Было доказано, что в этом случае при $e > 1$ порядок группы G ограничен функцией от числа e. Ранее, в 1999 г. Я.Берковичем[4] были классифицированы группы с $e = 1$ и $e = 2$. В случае $e = 1$ группа G изоморфна группе Фробениуса с ядром порядка $d+1$. Для $e > 1$ И.М.Айзекс[5] показал в 2011 г., что для некоторой постоянной B выполнено

$$|G| \leq Be^6.$$

Тогда же К.Дюрфи и С.Дженсен[6] доказали, что

$$|G| \leq e^6 - e^4.$$

Наконец, в 2012 г. М.Л.Льюис[7] указал наилучшую возможную границу:

$$|G| \leq e^4 - e^3,$$

при $d \leq e^2 - e$.

Несмотря на полученные ограничения на порядок группы в терминах числа e, возникает вопрос о строении группы, порядок которой связан со степенью d неприводимого характера соотношением $|G| \leq 2d^2$.

В силу известной теоремы Фробениуса порядок группы является суммой квадратов степеней ее неприводимых комплексных характеров. При этом часто он значительно больше степени любого ее неприводимого характера. Однако Л.С. Казариным и И.А. Сагировым[8] доказано в 2001 г., что у любой конечной простой неабелевой группы G имеется неприводимый характер степени, большей $|G|^{1/3}$.

Возникает вопрос, как устроены конечные группы, обладающие неприводимым характером Θ таким, что $|G| \leq c\Theta(1)^2$ для небольшой константы $c > 1$?

В общем случае задача описания строения группы, обладающей неприводимым характером Θ, таким, что $|G| \leq c\Theta(1)^2$ при $c < 5$ представляется довольно сложной. «Атлас конечных групп» [9] содержит таблицу характеров 90 конечных простых групп, из них всего 23 группы обладают

[4]Berkovich, Y.G. Groups with few characters of small degree / Y.G. Berkovich // Israel J. Math. – 1999. - V. 110. – P. 325–332.

[5]Isaacs, I.M. Bounding the order of a group with a large degree character / I.M. Isaacs // J. Algebra/ – 2011. – V. 348, №. 1. – P. 264–275.

[6]Durfee, C. A bound on the order of a group having a large character degree / C. Durfee, S. Jensen // J. Algebra. – 2011. – V. 338. – P. 197–206.

[7]Lewis, M.L. Bounding group order by large character degrees: A question of Snyder / M.L. Lewis // Journal of Group Theory. – 2014. – V. 17, Issue 6. – P. 1081–1116.

[8]Казарин, Л.С. О степенях неприводимых характеров конечных простых групп / Л.С. Казарин, И.А. Сагиров // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2001. – Т. 7, №. 2. – С. 113–123.

[9]Conway, J.H. Atlas of finite groups: maximal subgroups and ordinary characters for simple groups / J.H. Conway, R.T. Curtis, S.P. Norton, R.A. Parker, R.A. Wilson. - Oxford: Clarendon Press, 1985. – 253 p.

таким неприводимым комплексным характером Θ степени $\Theta(1)$, для которой верно неравенство $c\Theta(1)^2 \geq |G|$, при $c < 5$. Из 23 групп: 8 – спорадических простых групп ($M_{11}, M_{12}, M_{22}, M_{23}, M_{24}, Th, J_1, HS$), 6 – знакопеременных ($A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{11}$), 6 – классических простых групп лиева типа ($L_2(11), L_3(2), L_3(3), L_3(4), U_4(2), U_4(3)$), и 3 – исключительных простых групп лиева типа ($Sz(8)$, ${}^2F_4(2)', O_8^+(2)$). При $c < 4$ групп, для которых выполняется неравенство $c\Theta(1)^2 \geq |G|$ всего 15. При $c < 3$ условию удовлетворят только 8 групп:

Таким неприводимым характером Θ степени $\Theta(1) = 190373976$, при $c < 2{,}6$ обладает спорадическая группа Томпсона $Th = F_{3|3}$, т.е. $|Th| < 2{,}51\Theta(1)^2$. При $c < 3$ четыре группы Матье $M_{11}, M_{22}, M_{23}, M_{24}$, имеют неприводимый характер Θ степени $\Theta(1)$ равный соответственно 55, 385, 2024, 10395. При $c < 2{,}7$ группа $L_3(2)$ порядка 168, обладает неприводимым характером степени $\Theta(1) = 8$. Знакопеременные группы A_5, A_7 при $c < 2{,}5$ имеют неприводимый характер степени 5 и 35 соответственно.

Заметим, что в «Атласе конечных групп» не нашлось таких групп, у которых степень неприводимого комплексного характера Θ удовлетворяла бы условию $c\Theta(1)^2 \geq |G|$, при $c \leq 2$. Поэтому рабочая гипотеза диссертационного исследования базируется на предположении о том, что все группы обладающие таким неприводимым комплексным характером Θ степени $\Theta(1)$, для которого выполняется неравенство $|G| \leq c\Theta(1)^2$, при $c \leq 2$ являются разрешимыми.

Конечную нееденичную группу порядка больше двух, обладающую неприводимым комплексным характером Θ для которого, $2\Theta(1)^2 \geq |G|$, будем называть $LC(\Theta)$-группой[10]. $LC(\Theta)$-группы представляют особый интерес, поскольку очевидно обладают экстремальным свойством.

В качестве первого нетривиального примера $LC(\Theta)$-группы можно указать экстраспециальную 2-группу порядка 2^{2n+1}, которая обладает неприводимым характером Θ степени 2^n. На ней достигается равенство $|G| = 2\Theta(1)^2$. Однако указанное равенство вовсе не означает, что G будет 2-группой. Другой пример дает группа, являющаяся прямым произведением групп S_3 и A_4, для которой $\Theta(1) = 6$, так что $G \cong S_3 \times A_4$ имеет порядок $72 = 2\Theta(1)^2$.

Цель диссертационного исследования.

Целью диссертации является исследование строения конечных групп G, имеющих неприводимый комплексный характер Θ, квадрат степени которого не меньше половины порядка группы G при условии, что эта степень

[10] от "Large character".

является степенью простого числа p или произведением pq или p^2q, где p и q – простые числа.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Доказано, что любой неприводимый характер $LC(\Theta)$-группы, не являющейся 2-группой, является конституентой характера Θ^2.
2. Получено полное описание строения $LC(\Theta)$-групп с абелевой силовской p-подгруппой, у которых $\Theta(1)$ – степень простого числа p.
3. Получено полное описание строения $LC(\Theta)$-групп, у которых $\Theta(1)$ – произведение двух простых чисел p и q, в том числе, когда $p = q$.
4. Получено описание строения $LC(\Theta)$-групп с $\Theta(1) = p^2q$, где $p > q$ и p, q – различные простые числа.

Научная новизна.

Все результаты диссертации являются новыми.

Методология и методы исследования.

В диссертации используются методы доказательств теории конечных групп и теории характеров. Для дополнительных вычислений использована система компьютерной алгебры GAP [11].

Научная и теоретическая значимость.

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях по теории конечных групп, теории характеров и их представлениям, в алгебраической комбинаторике и в интерпретации некоторых задач теоретической физики.

Апробация работы.

Результаты диссертации докладывались на Международной молодежной научно-практической конференции «Путь в науку» (Ярославль, 2014-2015 гг.), на конференции «Алгебра и математическая логика: теория и приложения» (Казань, 2014 г.), на Международной школе-конференции по теории групп, посвященной 70-летию В.В. Кабанова (Нальчик, 2014 г.), на 67, 68 и 69 всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием (Ярославль, 2014-2016 гг.), на Международной летней школе-конференции

[11] The GAP Group. GAP – Groups, Algorithms and Programming, Version 4.4.10. [Электронный ресурс] / Aachen, St. Andrews, 2008.

Режим доступа: http://www.gap-system.org

«Группы и графы, алгоритмы и автоматы», посвященной 80-летию В.А. Белоногова и 70-летию В.А. Баранского (Екатеринбург, 2015 г.).

Работа отмечена грамотой за лучший доклад в Международной молодежной научно-практической конференции «Путь в науку» (Ярославль, 2014 г.), дипломом лауреата 68-й Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием (Ярославль, 2015 г.).

Публикация результатов.

Список публикаций по теме диссертации включает 11 работ [1] - [11]. Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях [1] - [4] в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК.

Объем и структура работы.

Диссертация состоит из оглавления, введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения. Полный объем диссертации составляет 98 страниц. Список литературы содержит 37 наименований.

Диссертация разбита на главы, которые, в свою очередь, подразделяются на параграфы. Нумерация всех результатов (теорем, лемм, следствий, предложений, определений) сквозная и состоит из трех цифр: первая цифра — номер главы, вторая — номер параграфа и третья — порядковый номер внутри параграфа. Формулы и таблицы имеют сквозную нумерацию внутри всей диссертации.

Основное содержание работы

Глава 1 носит вспомогательный характер. Даны необходимые определения, известные утверждения и результаты, используемые на протяжении всей работы.

В параграфе 1.1. приводятся некоторые сведения из теории чисел, поскольку в данной работе изучаются конечные группы. Вводится понятие простых чисел Мерсенна и Ферма, формулируется теорема Жигмонди о существовании простого числа с дополнительными ограничениями.

В параграфе 1.2. изложены сведения теоретико-группового характера. Даны определения разрешимой и нильпотентной группы, группы Фробениуса, а также сформулированы некоторые известные свойства и признаки данных групп в виде лемм и предложений.

В параграфе 1.3. приводятся сведения из теории представлений и теории характеров. Вводится понятие индуцированного характера, дается закон взаимности Фробениуса. Приводятся основные формулировки теории Клиффорда и некоторые сведения о характерах простых групп и групп Фробениуса.

В главе 2 в основном изучаются характеры $LC(\Theta)$-групп и излагаются некоторые свойства $LC(\Theta)$-группы и ее характеров. Напомним определение $LC(\Theta)$-группы.

Определение 2.1.1. Конечную группу $G \neq 1$ порядка больше двух, обладающую неприводимым характером Θ таким, что $2\Theta(1)^2 \geq |G|$, будем называть $LC(\Theta)$-группой.

В начале главы в параграфе 2.1. дается формулировка основной теоремы.

Теорема 2.1.2. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой. Если порядок G не является степенью числа 2, то любой неприводимый характер G является конституентой характера Θ^2.

Напомним, если характер χ представить в виде $\chi = \sum_{i=1}^{k} n_i\chi_i$, где $n_i \geq 0$ и $k = |Irr(G)|$, а $n_j > 0$, то $\chi_j \in Irr(G)$ называется конституентой характера χ.

В параграфе 2.2. доказываются вспомогательные леммы, описывающие свойства неприводимых характеров $LC(\Theta)$-группы.

Лемма 2.2.1. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой. Тогда характер Θ является единственным неприводимым характером группы G наибольшей степени. В частности, $\Theta(g)$ – целое рациональное число для всякого $g \in G$.

Лемма 2.2.2. Если G – $LC(\Theta)$-группа, то Θ является точным характером.

Лемма 2.2.3. Пусть G – $LC(\Theta)$-группа и M — ее собственная нормальная подгруппа. Тогда характер Θ_M приводим.

Далее доказываются некоторые свойства $LC(\Theta)$-группы.

Лемма 2.2.4. Пусть G – $LC(\Theta)$–группа и N — ее собственная нормальная подгруппа. Если $\Theta(1) = m$, то $(|G/N|, m) \neq 1$.

Лемма 2.2.5. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой. Если порядок G не является степенью числа 2, то $Z(G) = 1$.

Все свойства выводятся из определения $LC(\Theta)$-группы и некоторых свойств неприводимых характеров конечной группы.

Доказательство основной теоремы 2.1.2. представлено в параграфе 2.3.

Основная теорема 2.1.2. главы 2 опубликована в совместной работе [1] (соавтор Л.С. Казарин). Вклад авторов во все совместные работы равнозначен и неделим. Результаты данной главы докладывались на конференции

«Алгебра и математическая логика: теория и приложения», проходившем в Казани [6].

Глава 3 посвящена изучению $LC(\Theta)$-групп с абелевой силовской p-подгруппой, у которых $\Theta(1)$ - степень простого числа p.

В первом параграфе 3.1. даются формулировки основных результатов.

Напомним, что p-нильпотентной называется группа, у которой все элементы порядка, взаимно простого с числом p, образуют подгруппу.

Теорема 3.1.1. Пусть G – $LC(\Theta)$-группа. Если для некоторого простого числа p силовская p-подгруппа группы G абелева, а $\Theta(1) = p^m$ для некоторого натурального числа m, то G является p-нильпотентной группой, $O_p(G) = 1$ и силовская p-подгруппа группы G имеет порядок p^m.

Следующая теорема дает полное описание $LC(\Theta)$-групп с $\Theta(1) = p^m$ и абелевой силовской p-подгруппой.

Теорема 3.1.2. Пусть G – $LC(\Theta)$-группа с абелевой силовской p-подгруппой и неприводимым характером Θ степени p^m, где p – простое число, а m - натуральное число. Тогда либо p – простое число Мерсенна и группа G – прямое произведение m групп Фробениуса порядков $p(p+1)$, либо $p = 2$ и G – прямое произведение групп, каждая из которых является группой Фробениуса порядка $q_i 2^{m_i}$ (где $q_i = 2^{m_i} + 1$ – простые числа Ферма) или группой Фробениуса порядка $3^2 2^3$ (в этом случае $m_i = 3$), причем $\sum_i m_i = m$.

Конечная группа G называется группой Фробениуса, если в ней найдется собственная подгруппа H, совпадающая со своим нормализатором и взаимно простая со своими сопряженными подгруппами, отличными от H.

Таким образом, $LC(\Theta)$-группа с неприводимым характером Θ степени p^m может быть одной из следующих групп:

1. группа Фробениуса порядка 72, причем $p = 2$ и $m = 3$;

2. прямое произведение m групп Фробениуса порядков $p(p+1)$ и p – простое число Мерсенна;

3. прямое произведение групп Фробениуса, каждая из которых порядка $2^{m_i}(2^{m_i} + 1)$, где $\sum_i m_i = m$ и $2^{m_i} + 1$ – простые числа Ферма.

Доказательство этого утверждения представлено в параграфе 3.2.

Примеры $LC(\Theta)$-групп, у которых $\Theta(1)$ – степень простого числа p:

1. Пусть G – прямое произведение двух групп Фробениуса порядков 6 и 72. Тогда G является $LC(\Theta)$-группой с наибольшей степенью неприводимого характера, равной $16 = 2^4$ и абелевой силовской 2-подгруппой.

2. Группа $G = A_4 \times A_4$ является $LC(\Theta)$-группой с наибольшей степенью неприводимого характера, равной $9 = 3^2$ и абелевой силовской 3-подгруппой.

3. Группа $G = AGL_2(3)$ – полупрямое произведение элементарной абелевой группы V порядка 9 и группы $GL_2(3)$, действующей на V как группа невырожденных линейных преобразований. $|G| = 9 \cdot 48 = 432$. В.И. Зенковым[12] показано, что группа G имеет неприводимый характер Θ степени 2^4, так, что $|G| < 2\Theta(1)^2$, но силовская 2-подгруппа группы G-неабелева.

Основные теоремы 3.1.1, 3.1.2 главы 3 опубликованы в совместной работе [1] (соавтор Л.С. Казарин) в нераздельном соавторстве. Результаты данной главы докладывались на Международной школе-конференции по теории групп, посвященной 70-летию В.В. Кабанова, проходившем в Нальчике, на Международной молодежной научно-практической конференции "Путь в науку"и на 67 всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием, проходивших в Ярославле ([5], [8]).

В главе 4 изучаются $LC(\Theta)$-группы, с неприводимым характером Θ степени $\Theta(1) = pq$, где p и q – простые числа.

В первом параграфе 4.1. даются формулировки основных результатов.

Вначале рассматриваются $LC(\Theta)$-группы, у которых $\Theta(1)$ – квадрат простого числа, т.е. при $p = q$.

Теорема 4.1.1. Пусть G – $LC(\Theta)$-группа с неприводимым характером Θ степени p^2, где p-простое число. Тогда либо группа G – прямое произведение двух групп Фробениуса порядков $p(p+1)$, либо $p = 2$ и $|G| \in \{20, 32\}$.

Далее рассматриваются $LC(\Theta)$-группы, у которых $\Theta(1)$ – произведение двух простых чисел p и q, причем $p > q$.

Теорема 4.1.2. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой. Если $\Theta(1) = pq$, где $p > q$ и p, q – различные простые числа, то G – p-разрешимая группа.

Теорема 4.1.3. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой с $\Theta(1) = pq$, где $p > q$ и p, q – простые числа. Тогда G имеет абелеву нормальную подгруппу K индекса pq.

В параграфе 4.2. с помощью классификации простых конечных групп доказано, что группа, порядок которой делится на простое чис-

[12]Зенков, В.И. О p-блоках дефекта 0 в p-разрешимых группах / В.И. Зенков // Тр. ИММ УрО РАН, Факториал, 1995. – №. 2. – С. 36–40.

ло p и не превышает $2p^4$ изоморфна одной из следующих групп: $L_2(q), L_3(q), U_3(q), Sz(8), A_7, M_{11}, J_1$.

Параграф 4.3. посвящен доказательству теоремы 4.1.1. Изучаются $LC(\Theta)$-группы с неприводимым характером Θ степени p^2 порядки силовских p-подгрупп, которых не превосходят p^5.

В параграфе 4.4. доказано, что в случае когда $\Theta(1)$ – произведение двух различных простых чисел p и q группа G является разрешимой группой с абелевой нормальной подгруппой K индекса pq.

Примеры $LC(\Theta)$-групп, у которых $\Theta(1)$ - произведение двух простых чисел p и q:

1. Пусть $p = 2^a - 1$ и $q = 2^b - 1$ – два различных простых числа Мерсенна. Тогда группа $G = M \times K$, являющаяся прямым произведением групп Фробениуса порядков $p(p+1)$ и $q(q+1)$ соответственно имеет неприводимый характер Θ с $\Theta(1) = pq$.

2. Пусть $p = 5$ и $q = 3$ и G – группа Фробениуса порядка $16 \cdot 15$. Тогда G – $LC(\Theta)$-группа.

3. Пусть $p = 2^a - 1$ - простое число Мерсенна, $q = 2$. Тогда группа $G = M \times K$, являющаяся прямым произведением групп Фробениуса порядков $(p+1)p$ и 6 является $LC(\Theta)$-группой.

Результаты данной главы опубликованы в работах ([2], [10]), теорема 4.1.1 главы 4 принадлежит С.С. Поисеевой [10], теоремы 4.1.2, 4.1.3 главы 4 опубликованы в совместной работе [2] (соавтор Л.С. Казарин) в нераздельном соавторстве и докладывались на Международной школе-конференции «Группы и графы, алгоритмы и автоматы», посвященной 80-летию В.А. Белоногова и 70-летию В.А. Баранского, проходившем в Екатеринбурге, на Международной молодежной научно-практической конференции "Путь в науку"и на 68 всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием, проходивших в Ярославле ([7], [9]).

В главе 5 изучаются $LC(\Theta)$-группы, у которых $\Theta(1) = p^2q$, где $p > q$ и p, q простые числа.

В первом параграфе 5.1. даются формулировки основных результатов.

Теорема 5.1.1. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой. Если $\Theta(1) = p^2q$, где p и q различные простые числа, $p > q$, то G – p-разрешимая группа.

Теорема 5.1.2. Пусть G является $LC(\Theta)$-группой с $\Theta(1) = p^2q$, где $p > q$ и p, q — простые числа. Тогда G имеет абелеву нормальную подгруппу M индекса p^2q.

В параграфе 5.2. с помощью классификации простых конечных групп доказано, что конечная простая неабелева группа с абелевой силовской p-подгруппой $P \neq 1$ порядка не более p^2 для которой $2|P|^3 > |G|$ изоморфна группе $L_2(q)$, где q - либо простое число, либо квадрат простого числа.

Параграф 5.3. посвящен доказательству теорем 5.1.1. и 5.1.2.

Все теоремы (5.1.1, 5.1.2) главы 5 принадлежат С.С. Поисеевой. Результаты данной главы опубликованы в работах [3] и [4] и докладывались на 69 всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием, проходившем в Ярославле [11].

Заключение

Заключение содержит гипотезы, которые могут служить ориентирами для дальнейшего изучения $LC(\Theta)$-групп.

Далее следует список литературы из 37 наименований. Отдельно выделены публикации автора по теме диссертации.

Приложения

В приложениях даны таблицы характеров некоторых $LC(\Theta)$-групп с $\Theta(1) = p^m$, $\Theta(1) = pq$, $\Theta(1) = p^2q$, где p и q различные простые числа, а также списки простых неабелевых групп для которых выполняется условие $c\chi(1)^2 > |G|$, где $c \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Публикации автора по теме диссертации

Работы автора по теме диссертации, опубликованные в изданиях из перечня ВАК

1. *Поисеева, С.С.* Конечные группы с большим неприводимым характером / Л.С. Казарин, С.С. Поисеева // Матем. заметки, Т.98, Выпуск 2. – 2015. – С.237–246.

2. *Поисеева, С.С.* О конечных группах с большой степенью неприводимого характера / Л.С. Казарин, С.С. Поисеева // Моделирование и анализ информационных систем, Т. 22, №4 – 2015. – С.483-499.

3. *Поисеева, С.С.* Конечные группы с большой степенью неприводимого характера / С.С. Поисеева // Математические заметки СВФУ, Т. 22, №4 – 2015. – С.43-61.

4. *Поисеева, С.С.* О строении конечных групп с большим неприводимым характером степени p^2q / С.С. Поисеева // Математические заметки СВФУ, Т. 23, №3 – 2016. – С.81-90.

Публикации в сборниках материалов конференций

5. *Поисеева, С.С.* О группах с большим неприводимым характером / Л.С. Казарин, С.С. Поисеева // «Теория групп и ее приложения»: Труды Международной школы-конференции по теории групп, посвященной 70-летию В.В. Кабанова, Нальчик, 11-14 сентября 2014 г. / КБГУ. – Нальчик, 2014. – С.31-32.

6. *Поисеева, С.С.* Конечные группы с большим неприводимым характером / Л.С. Казарин, С.С. Поисеева // Материалы конференции «Алгебра и математическая логика: теория и приложения», Казань, 2-6 июня 2014 г. / Изд-во КФУ. – Казань, 2014. – С.74-75.

7. *Poiseeva, S.* Finite groups with large irreducible character / L. Kazarin, S. Poiseeva // «Groups and graphs, algorithms and automata» abstracts of the International Conference and PhD Summer School in honor of the 80th Birthday of Professor Vyacheslav A. Belonogov and of the 70th Birthday of Professor Vitaly A. Baransky / UrFU Publishing house. – Yekaterinburg, 2015. – P.56.

8. *Поисеева, С.С.* Группы с большой степенью неприводимого характера / С.С. Поисеева // Шестьдесят седьмая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием: Сборник материалов конф. Ярославль, 23 апреля 2014 г. Часть 1 [Электронный ресурс] / ЯГТУ. — Ярославль, 2014. – С.380.

9. *Поисеева, С.С.* О конечных группах с большой степенью неприводимого характера / С.С. Поисеева // Шестьдесят восьмая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием: Сборник материалов конф. Ярославль, 22 апреля 2015 г. [Электронный ресурс] / ЯГТУ. — Ярославль, 2015. – С.814-816.

10. *Поисеева, С.С.* Конечные группы с большим неприводимым характером / С.С. Поисеева // Современные проблемы математики и информатики: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов / Яросл. гос. ун-т им. П.Г. Демидова. - Ярославль, 2015. – Выпуск 15. – С.77-82.

11. *Поисеева, С.С.* О конечных группах с большим неприводимым характером / С.С. Поисеева, Л.С. Казарин // Шестьдесят девятая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием: Сборник материалов конф. Ярославль, 20 апреля 2016 г. [Электронный ресурс] / ЯГТУ. — Ярославль, 2016. – С.1316-1318.