

DOI: 10.17516/1999-494X-0389

УДК 537.86

Modeling of Ice Cover Dynamics and GNSS Reflectometry in Ice Condition Monitoring

Evgeniy N. Vasil'ev^{*a},
Daniil S. Makarov^b and Anatoliy V. Sorokin^b
*^aInstitute of Computational Modelling SB RAS
Krasnoyarsk, Russian Federation*
*^bFederal Research Center
«Krasnoyarsk Scientific Center of the SB RAS»
Krasnoyarsk, Russian Federation*

Received 03.12.2021, received in revised form 16.02.2022, accepted 14.03.2022

Abstract. A thermophysical model is presented for studying the dynamics of ice growth in a freshwater reservoir in the seasonal cycle from freezing to melting. The model is based on the numerical solution of the non-stationary thermal conductivity problem, taking into account meteorological data on air temperature and radiation fluxes, the latent heat of the water-ice phase transition, and the thermophysical properties of water and ice. The thickness and time temperature dependences of the ice cover have been calculated. The possibilities of using the results of modeling the dynamics of ice covers for the development of algorithms for restoring the geometric and strength characteristics of ice according to reflectometry data using signals from navigation satellites in the L1 range are analyzed.

Keywords: computational modeling, thermal conductivity, ice covers, GNSS reflectometry, remote sensing of the Earth.

Citation: Vasil'ev, E.N., Makarov, D.S. Sorokin, A. V. Modeling of ice cover dynamics and GNSS reflectometry in ice condition monitoring, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2022, 15(2), 261–271. DOI: 10.17516/1999-494X-0389

Моделирование динамики ледовых покровов и ГНСС-рефлектометрия в мониторинге состояния льда

Е. Н. Васильев^а, Д. С. Макаров^б, А. В. Сорокин^б
*^аИнститут вычислительного моделирования СО РАН
Российская Федерация, Красноярск
^бФедеральный исследовательский центр
«Красноярский научный центр СО РАН»
Российская Федерация, Красноярск*

Аннотация. Представлена теплофизическая модель для исследования динамики нарастания льда в пресноводном водоеме в сезонном цикле от ледостава до таяния. Модель основана на численном решении нестационарной задачи теплопроводности с учетом метеорологических данных по температуре воздуха и радиационным потокам, скрытой теплоты фазового перехода «вода-лед», теплофизических свойств воды и льда. Рассчитаны толщина и временные температурные зависимости ледовых покровов. Анализируются возможности использования результатов моделирования динамики ледовых покровов для разработки алгоритмов восстановления геометрических и прочностных характеристик льда по данным рефлектометрии с использованием сигналов навигационных спутников в диапазоне L1.

Ключевые слова: вычислительное моделирование, теплопроводность, ледовые покровы, ГНСС-рефлектометрия, дистанционное зондирование Земли.

Цитирование: Васильев, Е. Н. Моделирование динамики ледовых покровов и ГНСС-рефлектометрия в мониторинге состояния льда / Е. Н. Васильев, Д. С. Макаров, А. В. Сорокин // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2022, 15(2). С. 261–271. DOI: 10.17516/1999-494X-0389

Введение

Ледовые покровы в Сибири достаточно широко используются как ледовые переправы и зимники. Ледовые переправы для жителей некоторых районов являются единственной кратчайшей дорогой, связывающей населенные пункты в зимнее время. Важнейшая задача при эксплуатации ледовых переправ – обеспечение их безопасности за счет непрерывного наблюдения за состоянием ледяного покрова, поэтому разработка бесконтактного мониторинга состояния ледовых покровов востребованна и актуальна. В настоящее время глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) эффективно используются в мониторинге земных и ледовых покровов [1, 2].

В зависимости от широты озера и водохранилища Сибири в естественных условиях имеют ледовый покров в течение 5–6 и более месяцев. Процесс формирования льда от ледостава до таяния достаточно длительный и зависит от размера водоема, метеоусловий и рельефа прилегающей местности. Кристаллическая структура льда, его толщина и прочностные характеристики изменяются практически непрерывно от осеннего появления до весеннего таяния и зависят от температурных условий в его объеме. В осенний период ледовый покров может быть недостаточно прочным из-за малой толщины. В весенний период поверхностные слои льда прогреваются до около нулевых значений, лед приобретает рыхлую игольчатую кристаллическую структуру и пропитывается водой, при этом его прочность значительно уменьшается. В на-

стоящей работе представлена вычислительная теплофизическая модель, позволяющая рассчитывать толщину ледового покрова водоема и распределение температуры в слое льда с учетом внешних и внутренних тепловых потоков в сезонном климатическом цикле. Исследование проводится с целью анализа возможности совместного использования данных вычислительного моделирования динамики ледового покрова и метода ГНСС-рефлектометрии мониторинга электрофизических характеристик льда для повышения точности прогноза состояния и прочности ледяных покровов в пресноводных водоемах.

1. Теплофизическая модель динамики ледовых покровов

С наступлением холодного периода температура верхних слоев водоема опускается до значений ниже 4 °С. В этом случае плотность воды на глубине водоема с температурой 4 °С имеет максимальное значение, при приближении к поверхности температура уменьшается и плотность воды снижается. При этом условия для возникновения конвекции отсутствуют, и единственным механизмом теплообмена между слоями воды является теплопроводность. Динамика замерзания льда зависит от следующих основных механизмов теплообмена: теплопередачи по слою льда и воды, теплообмена поверхности водоема с окружающей средой, теплообмена, связанного с движением фазовой границы. Тепловые потоки и градиент температуры в водоеме изменяются по глубине водоема, поэтому для моделирования теплообмена достаточно одномерного приближения с координатой, направленной по вертикали.

Математическая модель, описывающая температурный режим водоема и динамику образования ледяного покрова, базируется на решении нестационарного одномерного уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами без явного выделения фазовых границ

$$c_s(x)\rho(x)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right]$$

Здесь c_s – удельная объемная теплоемкость среды, включающая в себя теплоту фазового перехода; ρ – плотность, T – температура; λ – теплопроводность; t – время; x – пространственная координата. Неоднородность коэффициентов c_s , ρ и λ связана с различием теплофизических свойств воды и льда. На поверхности водоема задаются граничные условия третьего рода

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha_T T \right]_{x=0} = q|_{x=0}$$

которые позволяют учитывать как теплообмен с окружающим воздухом с помощью коэффициента теплоотдачи α_T , так и поток солнечного излучения. На глубине водоема задается температура 4 °С или другое измеренное значение.

Численный алгоритм решения задачи теплопроводности основан на неявной разностной схеме с учетом скрытой теплоты фазового перехода в виде эффективной добавочной теплоемкости [3–5]. Теплоемкость среды, находящейся при температуре изменения фаз T^* , имеет скачок, связанный с наличием скрытой теплоты фазового перехода q^* . Для учета q^* в теплоемкости используется δ -функцию Дирака, при этом суммарная теплоемкость записывается как

$$c_s(T) = c(T) + q^* \delta(T - T^*).$$

При численном решении задачи разрывная δ -функция была заменена гладкой функцией $f(T)$, в виде одного полупериода синусоидальной функции в интервале $(T^* - \Delta T, T^* + \Delta T)$ и удовлетворяющей условию нормировки [3]

$$\int_{T^* - \Delta T}^{T^* + \Delta T} f(T) dT = 1.$$

В температурном интервале $(T^* - \Delta T, T^* + \Delta T)$ в заданной точке среды одновременно присутствуют жидкая и твердая фазы, в физическом смысле ее состояние соответствует влажному льду. В расчетах задавались значения $T^* = 0$ °C и $\Delta T = 0,1$ °C.

Интенсивность теплообмена поверхности водоема зависит от температуры окружающей среды, величины радиационного потока, теплофизических свойств воды и льда, коэффициента теплоотдачи α_T , зависящего от скорости ветра и состояния поверхности водоема. Климатические условия при моделировании учитывались в виде таблицы среднесуточных значений температуры в течение года, которые взяты из банка данных многолетних наблюдений [6]. Временная зависимость среднесуточной температуры для климатических окрестностей Красноярска в течение холодного периода (октябрь-апрель) приведена на рис. 1. Можно видеть, что минимальная температура достигает значения ниже минус 20 °C и период отрицательных температур составляет более 5 месяцев.

Средние значения скорости ветра по месяцам приведены в банке данных [7], среднегодовое ее значение составляет $u = 3,2$ м/с. Зависимость величины коэффициента теплоотдачи поверхности льда к воздуху (при отсутствии снега на льду) от скорости ветра (в м/с) описывается эмпирическим соотношением [8]

$$\alpha_T = 5,8\sqrt{u+0,3}.$$

Мощность солнечного излучения, падающая на горизонтальную поверхность, определялась по данным для города Красноярска, приведенным в [9]. На рис. 2 представлен график мощ-

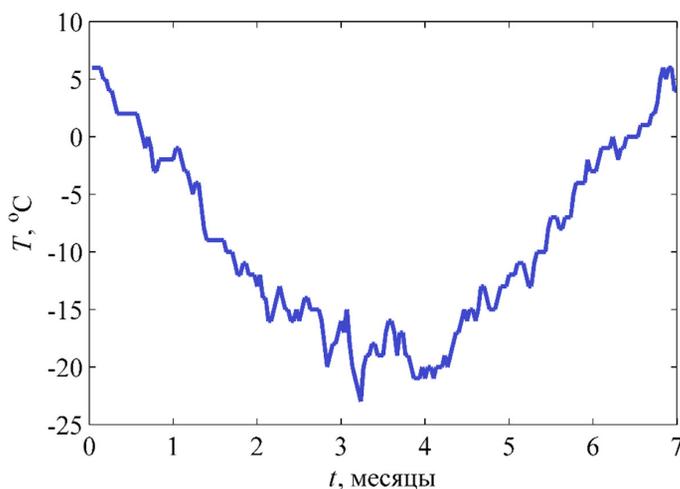


Рис. 1. Временная зависимость средней температуры воздуха в октябре-апреле в Красноярске

Fig. 1. Time dependence of the average air temperature in October-April in Krasnoyarsk

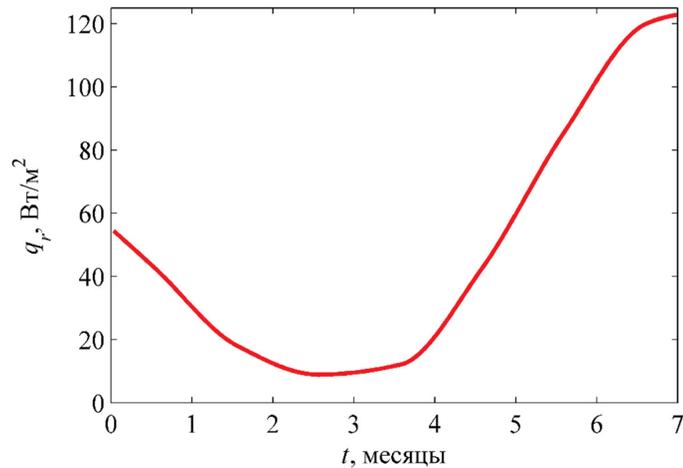


Рис. 2. Мощность солнечного излучения, поглощенная горизонтальной поверхностью льда в октябре-апреле в Красноярске

Fig. 2. Solar power absorbed by the horizontal ice surface in October-April in Krasnoyarsk

ности солнечного излучения q_r , поглощенного льдом в холодное время года при коэффициенте поглощения солнечного излучения 0,7. Данное значение коэффициента поглощения было получено в работе [10] по результатам обработки данных наблюдений на высокогорном открытом спортивном комплексе «Медве». Наличие снежного покрова на водоеме приводит к значительному снижению указанного значения.

В результате моделирования получены временные зависимости среднесуточной температуры по глубине водоема, соответствующие холодному времени года (октябрь-март) при постоянном коэффициенте теплоотдачи поверхности $\alpha_T = 10,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$, рассчитанном по характерному значению скорости ветра 3 м/с (рис. 3). На рисунке приведены температурные за-

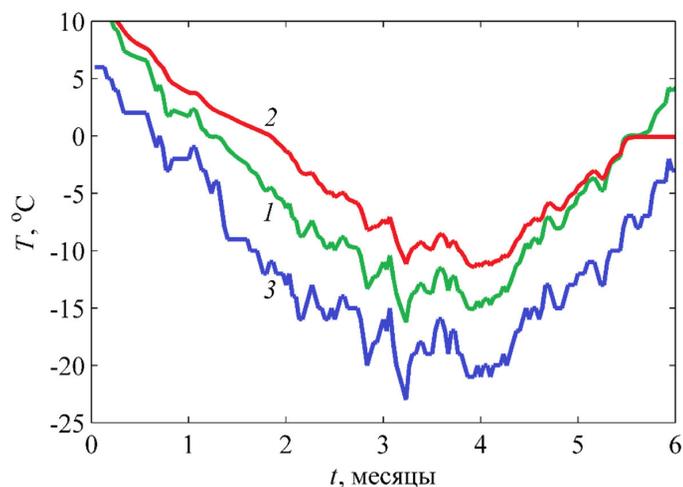


Рис. 3. Временные зависимости температуры воздуха (3), поверхности водоема (1) и на глубине 20 см (2)

Fig. 3. Time dependences of air temperature (3), reservoir surface (1) and at a depth of 20 cm (2)

висимости поверхности водоема (линия 1) и на глубине 20 см (линия 2), для сравнения также показана зависимость температуры воздуха (линия 3). Температура поверхности льда на несколько градусов выше температуры воздуха, это связано с наличием радиационного потока и теплотой, поступающей с глубины водоема. Минимальные значения температуры льда устанавливаются при самых холодных климатических условиях. В середине марта средняя температура поверхностного слоя льда достигает нулевого значения при отрицательной среднесуточной температуре воздуха за счет нагрева солнечным излучением. В конце марта на поверхности водоема температура становится положительной и начинает образовываться слой воды. В течение второй половины марта лед на глубине 20 см имеет температуру около 0 °С, что соответствует состоянию влажного льда с рыхлой структурой, пропитанной водой.

Модельные временные зависимости толщины льда для холодного времени года (октябрь–март) показаны на рис. 4, кривая 1 получена из расчета с учетом солнечного излучения, кривая 2 – без учета солнечного излучения. Разница между графиками 1 и 2 позволяет оценить влия-

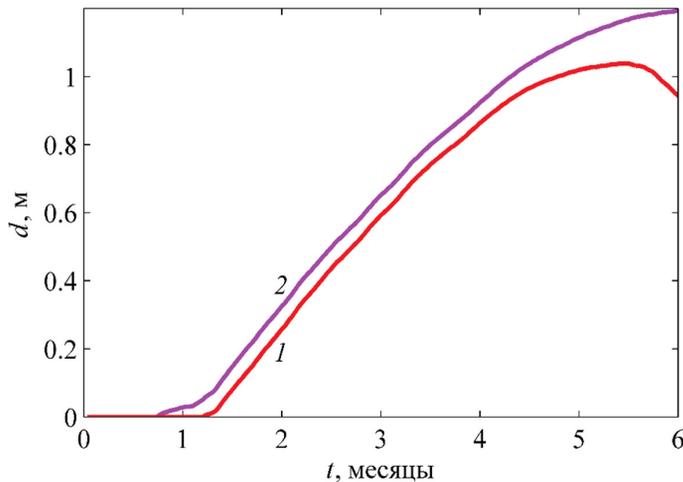


Рис. 4. Временные зависимости толщины льда: 1 – с учетом, 2 – без учета солнечного излучения

Fig. 4. Time dependences of ice thickness: 1 – considering, 2 – excluding solar radiation

ние солнечного излучения на толщину ледового покрова в водоеме. В пасмурную погоду мощность солнечного излучения, попадающая на поверхность водоема, существенно ниже, с учетом влияния этого фактора толщина ледового покрова, очевидно, будет находиться внутри диапазона значений, границами которого являются кривые 1 и 2. Наличие снежного покрова также влияет на динамику процесса, поскольку снижает как интенсивность конвективного теплообмена, так и коэффициент поглощения солнечного излучения.

Результаты вычислительного моделирования позволяют получить временную зависимость толщины льда. Особенности этой зависимости заключаются в наличии практически линейного участка графика от середины октября до середины февраля (рис. 4). В этот период происходит стабильное нарастание толщины льда без его объемного увлажнения. В весенний период поверхность льда прогревается до нулевого значения, при этом происходит увлажнение

поверхностного слоя льда, изменение его кристаллической структуры и значительное уменьшение прочности. Данные вычислительного моделирования позволяют оценивать динамику формирования слоя увлажненного льда и его толщину. Представленная теплофизическая модель будет дополняться и уточняться в части уточнения климатических данных, учета влияния облачности, условий теплообмена на поверхности и в глубине водоема, изменения теплофизических свойств поверхности льда при наличии снежного покрова и других факторов.

2. Рефлектометрия состояния льда

Вариант использования ГНСС-рефлектометрии как инструмента непрерывного мониторинга состояния ледовых покровов эффективно применяется для определения толщины льда [11]. Детерминированные погодными условиями процессы ледостава определяют скорость нарастания толщины кристаллического льда. В весенний период прочностные качества льда наряду с толщиной определяются структурными изменениями, связанными с появлением в его объеме талой воды в результате прогрева верхней и нижней границ льда. При значениях $T \approx 0^\circ\text{C}$ для сигналов навигационных спутников диапазона L1 (1,5–1,6 ГГц) действительная ε' и мнимая ε'' части комплексной диэлектрической проницаемости (КДП) воды ($84 + i10$) и льда ($3,2 + i0,06$) существенно различаются. Вблизи 0°C рефракционные характеристики влажного льда как смешанного диэлектрика из зерен льда и жидкой воды определяются долями объемов льда и воды. Это позволяет определить КДП влажного льда ε'_{mix} с использованием объемных соотношений компонент смешанного диэлектрика:

$$(\varepsilon'_{mix})^\gamma = W_i (\varepsilon'_i)^\gamma + W_w (\varepsilon'_w)^\gamma,$$

где W_i , W_w – объемные доли льда и воды в смеси вода + лед; γ – коэффициент, который изменяется в интервале $0 < \gamma \leq 1$ и определяется экспериментально или из теоретических предположений [2]. Действительные и мнимые части комплексных значений $\varepsilon_k = \varepsilon' - i\varepsilon''$ и показателя рефракции $n_k = \alpha - i\beta$ описываются соотношениями

$$\varepsilon' = \alpha^2 - \beta^2, \varepsilon'' = 2\alpha\beta,$$

где α – показатель преломления; β – показатель поглощения модельной среды. Показатели преломления и поглощения связаны выражениями

$$\alpha = \frac{\sqrt{\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} + \varepsilon'}}{\sqrt{2}}, \beta = \frac{\sqrt{\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} - \varepsilon'}}{\sqrt{2}}.$$

Появление в структуре льда жидкой воды значительно изменяет рефракционные характеристики льда. Степенной коэффициент γ позволяет корректировать отклонения зависимости ε' , связанной с частью поверхностно-координированных молекул воды на поверхности льда. Известно, что комплексная диэлектрическая проницаемость поверхностно-координированной воды меньше объемной [12]. Зависимости ε' от объемного содержания жидкой фазы воды достаточно заметны при $W_w \geq 0,1$ (рис. 5).

Комплексный коэффициент отражения от слоистой среды «воздух – лед – вода» для плоских волн с горизонтальной и вертикальной, поляризациями можно рассчитать по формуле [13]

$$r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{2ik_0 d w_i}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2ik_0 d w_i}}$$

Здесь r_{12} и r_{23} – коэффициенты отражения Френеля от границы от границы «воздух – лед» и «лед – вода»; $w_i = \sqrt{\varepsilon_i - \sin^2 \theta}$ – волновое число в слое льда; d – толщина ледового покрова; θ – угол падения; φ – угол места; $\theta = 90 - \varphi$. Коэффициенты отражения Френеля r_{12} и r_{23} рассчитаны стандартным методом [2, 13]:

$$r_{12}(\parallel) = \frac{\varepsilon_i \cos \theta - \sqrt{\varepsilon_i - \sin^2 \theta}}{\varepsilon_i \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_i - \sin^2 \theta}} \quad r_{23}(\parallel) = \frac{\varepsilon_w \cos \theta_1 - \sqrt{\varepsilon_i} \sqrt{\varepsilon_w - \varepsilon_i \sin^2 \theta_1}}{\varepsilon_w \cos \theta_1 + \sqrt{\varepsilon_i} \sqrt{\varepsilon_w - \varepsilon_i \sin^2 \theta_1}}$$

$$r_{12}(\perp) = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_i - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_i - \sin^2 \theta}} \quad r_{23}(\perp) = \frac{\varepsilon_i \cos \theta_1 - \sqrt{\varepsilon_w - \varepsilon_i \sin^2 \theta_1}}{\varepsilon_i \cos \theta_1 + \sqrt{\varepsilon_w - \varepsilon_i \sin^2 \theta_1}}$$

где $\theta_1 = \arcsin(\sin \theta / \sqrt{\varepsilon_i})$

Отражательная способность R пропорциональна квадрату модуля комплексного коэффициента отражения:

$$R = |r|^2$$

Отражательная способность влажного льда зависит от угла падения, толщины льда и соотношения объемных долей льда и воды. При толщине ледового покрова $d = 1$ м, коэффициенте $\gamma = 1$ изменение объемной доли воды на 0,1 кардинально меняет $R(\theta)$ для разных поляризации (R_v – вертикальная, R_h – горизонтальная, $R = 0,5(R_v + R_h)$ – правокруговая). Пример влияния воды на отражательную способность слоя льда представлен на рис. 5а – $W_i = 1$, $W_w = 0$ и рис. 5б – $W_i = 0,9$, $W_w = 0,1$.

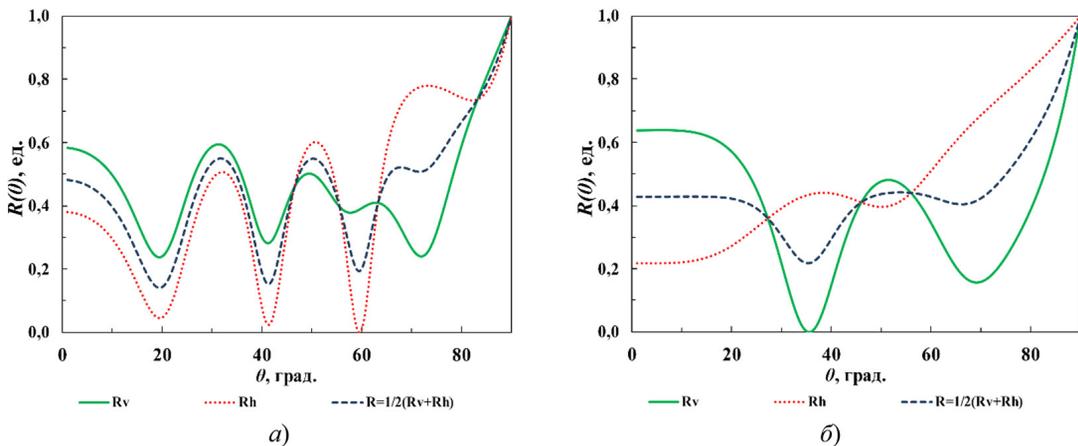


Рис 5. График зависимости отражательной способности слоя льда $R(\theta)$ от угла падения: а – $W_i = 1$, $W_w = 0$; б – $W_i = 0,9$, $W_w = 0,1$

Fig. 5. Graph of the dependence of the reflectivity of the ice layer $R(\theta)$ on the angle of incidence: а – $W_i = 1$, $W_w = 0$; б – $W_i = 0,9$, $W_w = 0,1$

В 2017–2019 гг. проведена серия регистраций ИР от ледового покрова в разных состояниях на пресном водоеме вблизи города Красноярска (оз. Бугач). Использован приемник МРК-32Р (производство «НПО Радиосвязь») с антенной правокруговой поляризации. Приемная антенны размещалась на высоте 4 м. На рис. 6 представлены ИР $A(\varphi)$: а) сухого льда толщиной 64 см (02.04.2017) и б) влажного льда толщиной 105 см (31.03.2019) в одинаковом интервале углов места и азимута. Экспериментальные данные ИР принципиально отличаются и обусловлены объемной влажностью льда толщиной 105 см, зафиксированной при бурении ледового покрова до границы «лед-вода».

Изменение контраста интерференционной рефлектограммы $K(n) = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}$ наглядно показывает различия между сухим и влажным льдом (рис. 7).

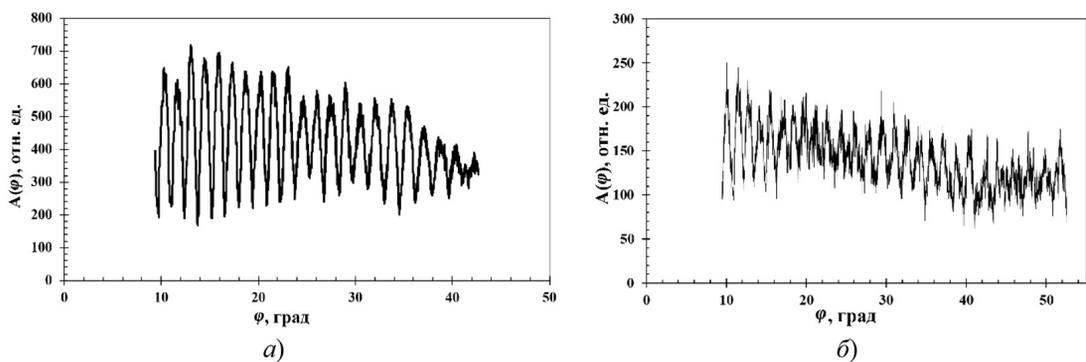


Рис. 6. Интерференционная рефлектограмма $A(\varphi)$: а – сухой лед; б – влажный лед

Fig 6. Interference reflectogram $A(\varphi)$: a – dry ice; b – wet ice

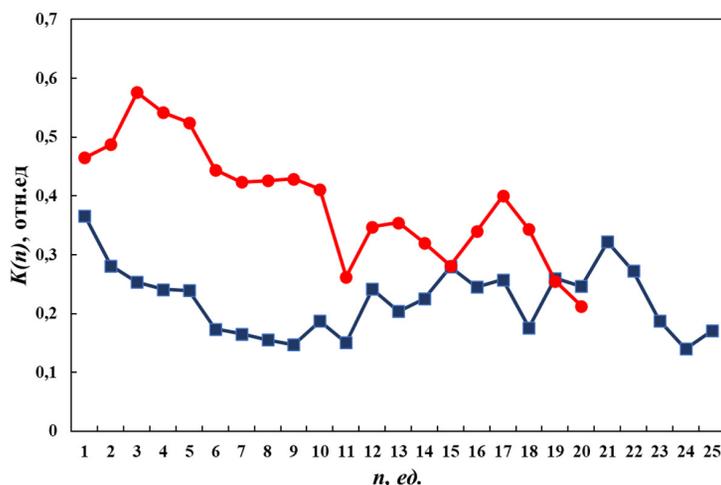


Рис. 7. Изменение контраста интерференционной рефлектограммы $K(n)$ от номера полосы для сухого (красная линия) и влажного льда (синяя линия)

Fig. 7. Changing the contrast of the interference reflectogram $K(n)$ from the number of the strip for dry (red line) and wet ice (blue line)

Графики изменения контраста интерференционных полос при скользящих углах места в интервале от 10° до 30° заметно различаются для сухого и влажного льда. Имеется корреляция с угловой зависимостью коэффициента отражения, для правокруговой поляризации, представленной на рис. 5б.

Метод ГНСС-рефлектометрии сопряжен с временными затратами, проведение измерений на водоеме и лабораторная обработка экспериментальных данных позволяют за сутки получить данные о толщине и степени увлажнения льда. Вычислительное моделирование дает возможность оперативно получать информацию о динамике ледового покрова с учетом всего комплекса метеорологических факторов, влияющих на тепловые процессы ледостава. Однако результаты моделирования требуют периодической корректировки на основе сравнения с экспериментальными данными, полученными на реальном водоеме. Разработка комплексного подхода, основанного на совместном использовании рассмотренных методов, даст возможность обеспечения достоверности и оперативности мониторинга и прогноза состояния ледовых покровов водоемов.

Заключение

Представлена теплофизическая модель динамики ледовых покровов в сезонном цикле льда от ледостава до таяния. В качестве исходных данных использованы таблицы среднесуточных значений температуры воздуха и мощности солнечного излучения, теплофизические свойства воды и льда. Проведено вычислительное моделирование динамики ледового покрова в водоеме, которое позволяет определить толщину льда, распределение температуры и оценить толщину слоя влажного слоя в весенний период. Результаты получены для чистой поверхности льда без снежного покрова, наличие которого может оказать значительное влияние на динамику и состояние слоя льда.

Проведен анализ поведения отражательных способностей поляризованных радиосигналов навигационных спутников от однородного слоя влажного и сухого льда, Выявлены отличия зависимости коэффициента отражательной способности ледового покрова от угла падения для сигналов навигационных спутников диапазона L1.

Рассмотрена возможность использования зависимости контраста экспериментальных интерферограмм от угла возвышения навигационных спутников.

ГНСС-рефлектометрия в сочетании с метеоданными и теплофизической моделью эволюции ледового покрова имеет перспективу разработки комплексного метода и специализированной аппаратуры для оперативной диагностики состояния льда.

Список литературы / References

[1] Jin S., Cardellach E., Xie F. *GNSS Remote Sensing*, New York, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2014, 286 p.

[2] Михайлов М. И., Музалевский К. В., Миронов В. Л. Измерения толщины льда на пресноводном пруде и реке с использованием сигналов ГЛОНАСС и GPS. *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*, 2017, 14(2), 167–174 [Mikhailov M. I., Muzalevskii K. V., Mironov V. L. Measurements of ice thickness in a fresh-water pond and in a river according to the GLONASS and GPS signals. *Sovr. Probl. Dist. Zond. Zemli Kosm.*, 2017, 14(2), 167–174 (in Russian)]

[3] Самарский А. А. *Теория разностных схем*. М.: Наука, 1989. 616 с. [Samarskii A. A. *The theory of difference schemes*. Moscow, Nauka, 1989, 616 p. (in Russian)]

[4] Васильев Е. Н., Деревянко В. А. Динамика фазовых превращений в тепловом аккумуляторе системы терморегулирования бортовой радиоэлектронной аппаратуры. *Теплофизика и аэромеханика*, 2018, 25(3), 481–488 [Vasil'ev E.N., Derevyanko V. A. The dynamics of phase changes in a heat storage of thermal control system for onboard radio-electronic equipment. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2018, 25(3), 461–467 (in Russian)]

[5] Васильев Е. Н., Деревянко В. А., Макуха А. В. Динамика замораживания грунта с помощью тепловых труб. *Вестник Красноярского государственного университета. Физико-математические науки*, 2005, 4, 120–126 [Vasil'ev E.N., Derevyanko V. A., Makukha A. V. Dynamics of Soil Freezing Using Heat Pipes. *Vestnik Krasn. Gos. Univ. Fiz.-mat. Nauki*, 2005, (4), 120–126 (in Russian)]

[6] Климат Красноярск (Российская Федерация). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.climate-data.org/азия/россииская-федерация/красноярский-край/красноярск-1781/> – Заглавие с экрана. [Climate Krasnoyarsk (Russian Federation). [Electronic resource] – Access: <https://ru.climate-data.org/азия/россииская-федерация/красноярский-край/красноярск-1781/>]

[7] Значение направления и скорости ветра в г. Красноярск (Красноярский край). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.betaenergy.ru/windspeed/krasnoyarsk/> – Заглавие с экрана. [The value of the direction and speed of the wind in Krasnoyarsk (Krasnoyarsk Territory). [Electronic resource] – Access: <https://www.betaenergy.ru/windspeed/krasnoyarsk/>]

[8] Беховых Л. А., Макарычев С. В., Шорина И. В. *Основы гидрофизики*. Барнаул: Изд-во АГАУ, 2008. 172 с. [Behovyh L. A., Makarychev S. V., Shorina I. V. *Fundamentals hydrophysics*. Barnaul, Publishing house of the Altai state agrarian University, 2008, 172 p. (in Russian)]

[9] Мощность солнечного излучения по регионам. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.power.eltehno.ru/pages/2222.html> – Заглавие с экрана. [Solar radiation power by region. [Electronic resource] – Access: <http://www.power.eltehno.ru/pages/2222.html>]

[10] Лихтенштейн Э. Л., Вдовиченко В. В. Высокогорный спортивный комплекс Медео. *Холодильная техника*, 1972, 6, 6–10 [Lihtenshtejn Je. L., Vdovichenko V. V. Vysokogornyj sportivnyj kompleks Medeo, *Holodil'najatehnika*, 1972, (6), 6–10 (in Russian)]

[11] Сорокин А. В., Кузьмин Е. В., Макаров Д. С., Харламов Д. В. Рефлектометрия ледовых покровов при различных сезонных состояниях по сигналам навигационных спутников в L1-диапазоне, *Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли: материалы VII Международной научной конференции*. Красноярск, 2020, 286–289 [Sorokin A. V., Kuzmin E. V., Makarov D. S., Kharlamov D. V. Reflectometry of ice cover at different seasonal conditions by signals of navigation satellites in L1-range. *Regional problems of remote sensing of the Earth: materials of the VII International Scientific Conference*. Krasnoyarsk, 2020, 286–289 (in Russian)]

[12] Torgovnikov G. I. *Dielectric Properties of Wood and Wood Based Materials*. Berlin, Springer – Verlag, 1993, 194 p.

[13] Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. М.: Наука, 1973. 720 с. [Born M., Wolf E., *Principles of optics*. Moscow, Nauka, 1973, 720 p. (in Russian)]