

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_____ / В.В. Шайдуров

«__» _____ 2019 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ С ФРАКТАЛОПОДОБНЫМ РЕЛЬЕФОМ

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
доцент _____ / Е.В. Кучунова

Выпускник _____ / И.Д. Колодкин

Красноярск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 Основные понятия и термины	4
2 Математическая модель фракталоподобной шероховатой поверхности	6
3 Рассеяние электромагнитных волн неоднородной фракталоподобной поверхностью.....	9
4 Результаты численных расчетов	13
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	17
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	18
ПРИЛОЖЕНИЕ А	19
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	22

ВВЕДЕНИЕ

Геометрические понятия и объекты занимают одно из важных мест в физических исследованиях. Во-первых, свойства любых физических объектов всегда очень тесно связаны с их геометрией, например, физические свойства кристаллов чаще всего определяются геометрией их кристаллической решетки. Во-вторых, большинство физических процессов и структур допускают геометрическую интерпретацию (например, в виде графиков функций, фазовых траекторий). Чаще всего в физике для построения таких объектов используются традиционные геометрии: Риманова, Эвклидова, Лобачевского и др. Логическим продолжением данного процесса стало введение в физику нового, для начала чисто геометрического понятия “фрактал”. Повышение заинтересованности к данному объекту и осознание его важного места в физике связано с именем Б. Мандельброта, который ввел термин “фрактал” и дал общее понятие фрактала. Очень перспективным и важным может оказаться применение фрактального подхода к описанию и исследованию процессов рассеяния электромагнитного излучения реальными поверхностями. Все реальные, существующие поверхности в той или иной мере шероховатые. Поэтому исследование влияния рассеяния электромагнитных волн такими поверхностями является важной, нужной и интересной экспериментальной и теоретической проблемой. Изучение закономерностей такого рассеяния важно в первую очередь для неразрушающего контроля реальных поверхностей.

В данной работе построены вычисленные индикатрисы рассеяния (усреднённого коэффициента рассеяния) для различных типов пространственно-неоднородных шероховато фрактал подобных поверхностей и различных углов падения. При расчетах был использован простой скалярный вариант теории рассеяния Кирхгофа.

Цель работы: исследовать влияние шероховатой поверхности на рассеяние электромагнитного излучения

Для достижения поставленной цели в бакалаврской работе требовалось решить следующие задачи:

1. Для моделирования шероховатой поверхности использовать функцию Вейерштрасса.
2. Исследовать влияние параметров функции Вейерштрасса на вид шероховатой поверхности.
3. Вычислить индикатрису рассеивания для различных углов падения электромагнитной волны для разных типов поверхностей.
4. Проанализировать результаты расчетов и сделать необходимые выводы.

1 Основные понятия и термины

Электромагнитное излучение – распространяющееся в пространстве изменение состояния электромагнитного поля.

Виды электромагнитных волн:

- радиоволны,
- терагерцовое излучение,
- инфракрасное излучение,
- видимый свет,
- рентгеновское излучение.

Название диапазона	Длины волн, λ	Частоты, f	Источники
Радиоволны	Сверхдлинные	более 10 км	Атмосферные и магнитосферные явления. Радиосвязь.
	Длинные	10 км — 1 км	
	Средние	1 км — 100 м	
	Короткие	100 м — 10 м	
	Ультракороткие	10 м — 0,1 мм	
Инфракрасное излучение	1 мм — 780 нм	300 ГГц — 429 ТГц	Излучение молекул и атомов при тепловых и электрических воздействиях.
Видимое излучение	780—380 нм	429 ТГц — 750 ТГц	
Ультрафиолетовое	380нм — 10нм	$7,5 \cdot 10^{14}$ Гц — $3 \cdot 10^{16}$ Гц	Излучение атомов под воздействием ускоренных электронов.
Рентгеновские	10 нм — 5 пм	$3 \cdot 10^{16}$ Гц — $6 \cdot 10^{19}$ Гц	Атомные процессы при воздействии ускоренных заряженных частиц.
Гамма	менее 5 пм	более $6 \cdot 10^{19}$ Гц	Ядерные и космические процессы, радиоактивный распад.

Рисунок 1 – Таблица типов электромагнитного излучения по частотным диапазонам

Рассеяние электромагнитного излучения – изменение его характеристик после столкновения (касания, прохождения мимо) с веществом или телом. В результате рассеяния происходит изменение следующих характеристик электромагнитного излучения при его взаимодействии с веществом:

- пространственное распределение интенсивности,
- частотный спектр,
- поляризация.

Последовательное описание электромагнитного рассеяния возможно в рамках квантовой теории взаимодействия излучения с веществом, основанной на квантовых представлениях о строении вещества. Во многих случаях оказывается достаточным описание рассеяния в рамках волновой теории излучения. С точки зрения этой теории, падающая электромагнитная волна возбуждает в частицах среды вынужденные колебания электрических зарядов, которые становятся источниками вторичных электромагнитных волн, излучаемых во всех направлениях. При этом определяющую роль играет интерференция между падающей и вторичными волнами.

Если среда однородна, то вследствие когерентности вторичного излучения волна распространяется только в прямом направлении, практически без рассеяния. Рассеяния возникает только на неоднородностях среды.

Индикатриса – линия или поверхность, наглядно характеризующая какое-нибудь свойство изучаемого объекта.

Индикатриса рассеяния – угловое или пространственное распределение интенсивности рассеяния электромагнитного излучения, регистрируемое многоэлементным фотоприёмным устройством.

Шероховатость поверхности – Совокупность неровностей поверхности с относительно малыми размерами на базовой длине. Для широкого класса поверхностей горизонтальные размеры неровностей находятся в пределах от 1 до 1000 мкм, а вертикальные размеры – от 0,01 до 10 мкм.

Фрактальная поверхность – поверхность, сгенерированная стохастическим алгоритмом, предназначенным для создания фрактального объекта, который имитирует внешний вид природной местности.

Коэффициент рассеяния – безразмерная физическая величина, характеризующая способность тела рассеивать падающее на него излучение.

Обертоны – синусоидальная составляющая периодического колебания сложной формы с частотой, более высокой, чем основной тон.

Гармоника – простейшая периодическая функция вида $A \sin(\omega t + \psi)$.

Детектор – устройство, предназначенное для обнаружения и измерения параметров элементарных частиц.

Интенсивность электромагнитной волны – скалярная физическая величина, количественно характеризующая мощность, переносимую волной в направлении распространения.

2 Математическая модель фракталоподобной шероховатой поверхности

При теоретическом исследовании процессов рассеяния электромагнитных волн самоподобными неоднородными объектами (шероховатыми поверхностями) необходимо использовать математические модели рассеивающих объектов. В качестве главного рассеивающего объекта выберем шероховатую поверхность. В данном случае, она описывается функцией $z(x, y)$ отклонений z точек M поверхности от опорной плоскости (x, y) (рис. 2) и требует непосредственного задания и построения рельефа поверхности.

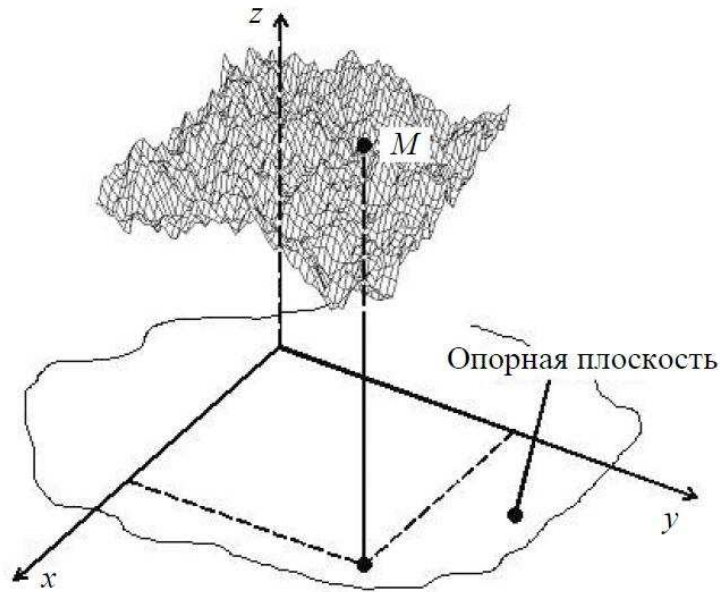


Рисунок 2 – Схема шероховатой поверхности

Сейчас в современных моделях шероховатой поверхности используются различные модификации функции Вейерштрасса-Мандельброта. Для моделирования шероховатой поверхности воспользуемся ограниченной полосой функцией Вейерштрасса $z(x, y)$:

$$z(x, y) = c_w \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M q^{(D-3)n} \sin \left\{ Kq^n \left[x \cos \frac{2\pi m}{M} + y \sin \frac{2\pi m}{M} \right] + \varphi_{nm} \right\}, \quad (1)$$

где c_w — нормировочная константа; $q > 1$ — основная пространственная частота поверхности; K — фундаментальное волновое число поверхности; D — фрактальная размерность рассеивающей поверхности ($2 < D < 3$); N, M — количество обертонов; φ_{nm} — фазовые слагаемые. Фазы φ_{nm} выбираются случайно или детерминировано, получая, соответственно, случайные или детерминированные функции $z(x, y)$. Считаем φ_{nm} как случайные величины, равномерно распределенные на отрезке $[-\pi, \pi]$. При каждом конкретном выборе

численных значений всех $N \times M$ фаз φ_{nm} (к примеру, с помощью генератора случайных чисел) получаем конкретную (при предварительно заданных значениях параметров c_w , q , K , D , N , M) реализацию функции $z(x, y)$. Множества возможных реализаций функции $z(x, y)$ образуют ансамбль поверхностей.

Отклонения точек шероховатой поверхности от опорной плоскости пропорциональны величине c_w , вследствие чего этот параметр связан с высотой неоднородностей профиля поверхности. В последующем удобнее задавать шероховатую поверхность, указывая среднеквадратичную высоту ее профиля σ , которая определяется следующим образом:

$$\sigma \equiv \sqrt{\langle h^2 \rangle},$$

где $\langle \dots \rangle = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{m=1}^M \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi_{nm}}{2\pi} (\dots)$ означает усреднение по ансамблю поверхностей. После громоздких вычислений получим

$$\sigma = \left[\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{m=1}^M \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi_{nm}}{2\pi} z^2(x, y) \right]^{1/2} = c_w \left[\frac{M(1 - q^{2N(D-3)})}{2(1 - q^{2(D-3)})} \right]^{1/2}, \quad (2)$$

т. е. величина σ пропорциональна нормировочной константе c_w и находится в зависимости от фрактальной размерности D рассеивающей поверхности и величин q , N , M .

Таким образом, шероховатая поверхность в нашей модели описывается функцией с шестью параметрами: c_w (или σ), q , K , D , N , M . Влияние различных параметров на вид поверхности можно исследовать, изучая профили поверхностей, построенных по результатам численных расчетов с использованием функции Вейерштрасса. Анализ профилей поверхностей, построенных в Maple (рис. 3), приводит к следующим выводам: волновое число K определяет длину волны основной гармоник поверхности, на которую накладывается мелкомасштабная рябь от дополнительных гармоник; числа N , M , D и q задают степень калибровки профиля за счет наложения на главную волну добавочных гармоник, причем N и M определяют количество гармоник, которые накладываются; D определяет амплитуду гармоник; q определяет, как амплитуду, так и частоту гармоник. В ходе исследования поверхностей можно заметить, что с увеличением N , M , D и q возрастает пространственная неоднородность поверхности в большом масштабе: легко увидеть, что крупномасштабные пики исчезают, а мелкомасштабные неоднородности напоминают брызги на плоской поверхности.

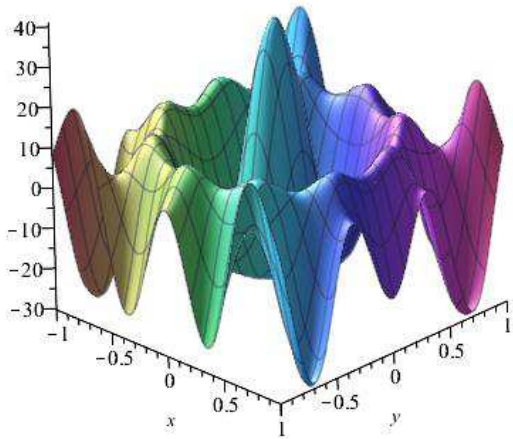
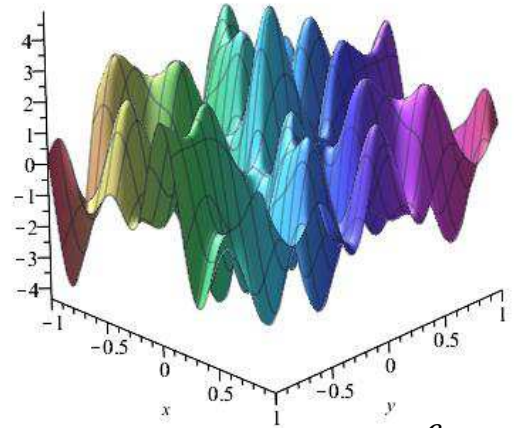
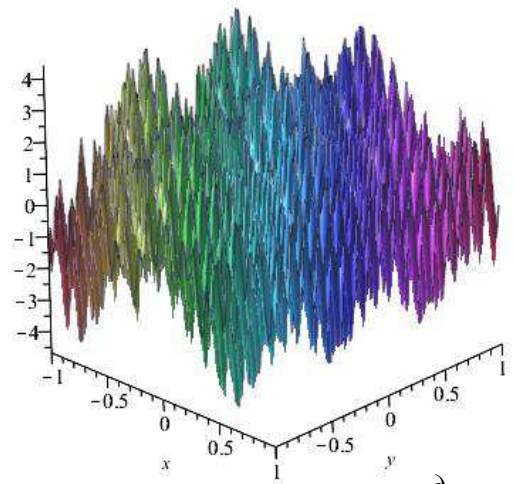
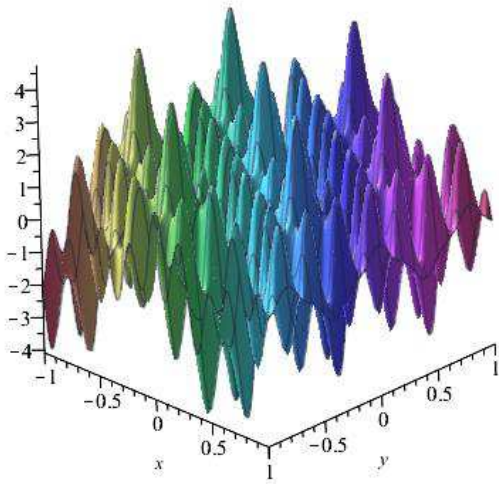
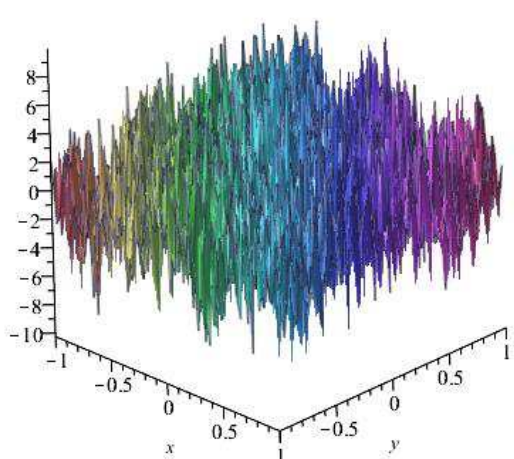
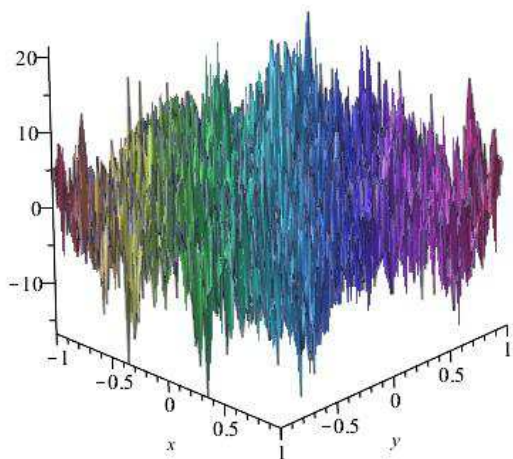
a*б**в**г**д**е*

Рисунок 3 – Примеры моделирования шероховатой поверхности функцией Вейерштрасса: а — $N=5, M=10, q=1.01, D=2.01$; б — $N=2, M=3, q=1.5, D=2.9$; в — $N=2, M=3, q=3.0, D=2.9$; г — $N=2, M=3, q=7.0, D=2.9$; д — $N=5, M=10, q=2.9, D=2.9$; е — $N=5, M=5, q=7, D=2.9$

3 Рассеяние электромагнитных волн неоднородной фракталоподобной поверхностью

Пусть электромагнитная волна падает на шероховатую фракталоподобную поверхность S под углом θ_1 и рассеивается во всех направлениях. Рассеянная волна наблюдается с помощью детектора D в направлении, которое характеризуется полярным θ_2 и азимутным θ_3 углами. Измеряемой величиной считается интенсивность электромагнитной волны (света) I_S , рассеянной в направлении (θ_2, θ_3)

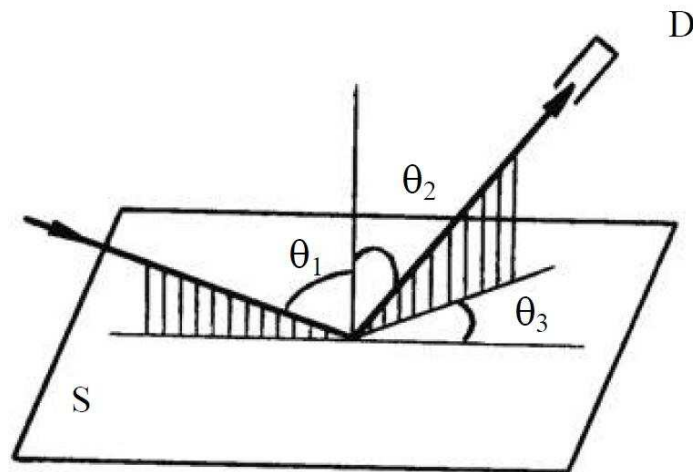


Рисунок 4 – Схема эксперимента по наблюдению рассеяния электромагнитных волн шероховатой поверхностью: S — рассеивающая поверхность; D — детектор; θ_1 — угол падения; θ_2 — полярный угол рассеяния; θ_3 — азимутный угол рассеяния

Нам нужно построить индикатрису рассеяния $I_S = I_S(\theta_2, \theta_3)$ электромагнитной волны шероховатой поверхностью, профиль которой моделируется функцией Вейерштрасса (1). На рис. 4 приведена экспериментальная схема наблюдения рассеяния электромагнитных волн шероховатой поверхностью. Поскольку интенсивность рассеянной волны связана с напряженностью ее электрического поля соотношением

$$I_S = E_S E_S^* \quad (3)$$

где E_S^* - электрическое поле рассеянной волны в комплексном представлении, то для нахождения I_S необходимо найти поле рассеянной волны E_S .

В данном случае рассеянное поле найдем методом Кирхгофа, при этом, учитывая сложность задачи, можно воспользоваться более простым, скалярным вариантом теории, согласно которой электромагнитное поле описывается скалярной величиной $E(r, t)$. Но при этом возможность анализа поляризационных эффектов теряется.

Базовая формула метода Кирхгофа позволяет найти поле рассеянной волны при следующих условиях: падающая волна — это монохроматическая плоская; поверхность рассеивания является шероховатой внутри некоторого прямоугольника ($-X < x_0 < X, -Y < y_0 < Y$) и гладкой вне его границ; размер шероховатой области намного больше, чем длина падающей волны; все точки поверхности имеют конечный градиент; коэффициент отражения одинаков для всех точек на поверхности; рассеянное поле наблюдается в волновой зоне, т. е. достаточно далеко от рассеивающей поверхности. В этих условиях рассеянное поле также является монохроматическим с пространственной зависимостью

$$E_S(\mathbf{r}) = -ikrF(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \frac{\exp(ikr)}{2\pi r} \int_{S_0} \exp[ik\varphi(x_0, y_0)] dx dy + E_e(\mathbf{r}) \quad (4)$$

где k — волновое число падающей волны; $F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = -R(A^2 + B^2 + C^2)/2C$ - угловой фактор; $h(x_0, y_0) = z(x_0, y_0)$; $\varphi(x_0, y_0) = Ax_0 + Bx_0 + Ch(x_0, y_0)$ - фазовая функция; R — коэффициент отражения; $A = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3$; $B = -\sin \theta_1 \sin \theta_2$; $C = -\cos \theta_1 - \cos \theta_2$;
 $E_e(\mathbf{r}) = -\frac{R \exp(ikr)}{c \cdot 2\pi r} (AI_1 + AI_2)$ - краевое слагаемое;

$$I_1 = \int_{-Y}^Y [e^{ik\varphi(x, y_0)} - e^{ik\varphi(-x, y_0)}] dy_0, \quad I_2 = \int_{-X}^X [e^{ik\varphi(x_0, y)} - e^{ik\varphi(x_0, -y)}] dx_0. \quad (5)$$

После вычисления интегралов (4) и (5) с помощью использования формулы

$$e^{iz \sin \varphi} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l(z) e^{il\varphi}$$

где $I_l(z)$ — функция Бесселя целого порядка, получаем

$$E_S(\mathbf{r}) = -2ikFXY \frac{\exp(ikr)}{\pi r} \sum_{l_{\{rs\}}} \left\{ \left[\prod_{uv} I_{l_{uv}}(\xi_u) \right] e^{i \sum_{nm} l_{nm} \varphi_{nm}} \right\} \text{sinc}(k_c X) \text{sinc}(k_s Y) + E_e(\mathbf{r}) \quad (6)$$

где

$$F = F(\theta_1, \theta_2, \theta_3); \quad \sum_{l_{\{rs\}}} \equiv \sum_{l_{0,1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l_{0,2}=-\infty}^{\infty} \sum_{l_{(N-1),M}=-\infty}^{\infty}; \quad \prod_{uv} \equiv \prod_{u=1}^{N-1} \prod_{v=0}^M;$$

$$\xi_u \equiv kc_w C q^{(D-3)u}; \sin cx = \frac{\sin x}{x}; k_c \equiv kA + K \sum_{nm} q^n l_{nm} \cos \frac{2\pi m}{M}; k_s \equiv kB + K \sum_{nm} q^n l_{nm} \sin \frac{2\pi m}{M}; E_e(r) = -ikXY \frac{R}{c} (A^2 + B^2) \frac{e^{ikr}}{\pi r} \text{sinc}(kAX) \text{sinc}(kBY);$$

Следовательно, выражение (6) дает решение задачи нахождения поля, рассеянного фрактальной поверхностью (1), в рамках метода Кирхгофа. Теперь используя формулу (6) можно рассчитать интенсивность рассеянной волны, если задать параметры рассеивающей поверхности c_w (или σ), D , q , K , N , M , X , Y , φ_{nm} , параметр k (или $\lambda = 2\pi/k$) падающей волны и параметры θ_1 , θ_2 , θ_3 геометрии эксперимента. Эта интенсивность характеризует рассеяние на конкретной реализации поверхности $z(x, y)$ (с конкретно полученным набором случайных фаз φ_{nm}). Для сравнения расчетов с экспериментальными данными нужно оперировать средней по ансамблю поверхностей интенсивностью $\langle I_s \rangle = \langle E_s E_s^* \rangle$. Эта интенсивность пропорциональна интенсивности волны, отраженной от соответствующей гладкой опорной поверхности: $I_0 = (2kXY \cos \theta_1 / \pi r)^2$, поэтому для теоретического анализа результатов расчета удобнее использовать средний коэффициент рассеяния (индикатрису рассеяния) $\langle \rho_s \rangle \equiv \langle I_s \rangle / I_0$. Вычислив $\langle I_s \rangle$ по (2) и (3), исходя из (6), получаем точное выражение

$$\langle \rho_s \rangle = \left[\frac{F(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{\cos \theta_1} \right]^2 \sum_{l\{rs\}} \left\{ \prod_{uv} I_{uv}^2(\xi_u) \text{sinc}^2(k_c X) \text{sinc}^2(k_s Y) \right\} + \left[\frac{R(A^2 + B^2)}{2C \cos \theta_1} \right] \text{sinc}^2(kAX) \text{sinc}^2(kBY)^2; \quad (7)$$

Так как выражение (7) содержит бесконечную сумму, оно неудобно для численных расчетов индикатрисы рассеяния. Значительное упрощение (7) достигается в случае $\xi_u < 1$. При этом используя разложение функций Бесселя в ряд:

$$I_\nu(z) = \left(\frac{3}{2}\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{k! \Gamma(\nu + k + 1)}$$

и отбрасывая члены порядков выше второго, получаем из (7) приближенное выражение для индикатрисы рассеяния

$$\begin{aligned}
\langle \rho_s \rangle \approx & \left[\frac{F(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{\cos \theta_1} \right]^2 [1 - (k\sigma C)^2] \text{sinc}^2(kBY) \text{sinc}^2(kAX) \\
& + \frac{1}{2} c_f^2 \sum_{nm} q^{2(D-3)n} \text{sinc}^2 \left[\left(kA \right. \right. \\
& \left. \left. + Kq^n \cos \frac{2\pi m}{M} \right) X \right] \text{sinc}^2 \left[\left(kB + Kq^n \cos \frac{2\pi m}{M} \right) Y \right] \\
& + \left[\frac{R}{2C \cos \theta_1} (A^2 + B^2) \right]^2 \text{sinc}^2(kAX) \text{sinc}^2(kBY) +
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$c_f \equiv kc_w C = k\sigma C \left[\frac{2}{M} \frac{1 - q^{2(D-3)}}{1 - q^{2N(D-3)}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Отметим, что формулы (7) и (8) отличаются от соответствующих выражений в наличии краевых членов и коэффициентов перед $(k\sigma C)^2$ и c_f^2 .

4 Результаты численных расчетов

На основе выражений (1) и (8) с использованием оригинальной программы, разработанной в среде MATLAB, функция Вейерштрасса была численно смоделирована путем расчета среднего коэффициента рассеяния, а нормированная индикатриса рассеяния была построена по отношению к полярному (θ_2) и азимутному (θ_3) углам рассеяния для разных типов фрактальных поверхностей и углов падения θ_1 . Среднеквадратичная высота σ , фундаментальное волновое число поверхности K и размеры (X, Y) фрагмента поверхности были заданы в единицах k , потому что волновое число падающей волны k входит в виде безразмерных комбинаций $k\sigma$, kX и kY . В расчетах использовался коэффициент отражения поверхности Френеля $R = 1$. Примеры стандартных индикатрис рассеяния, полученных нами при числовых расчетах, приведены на рис. 5.

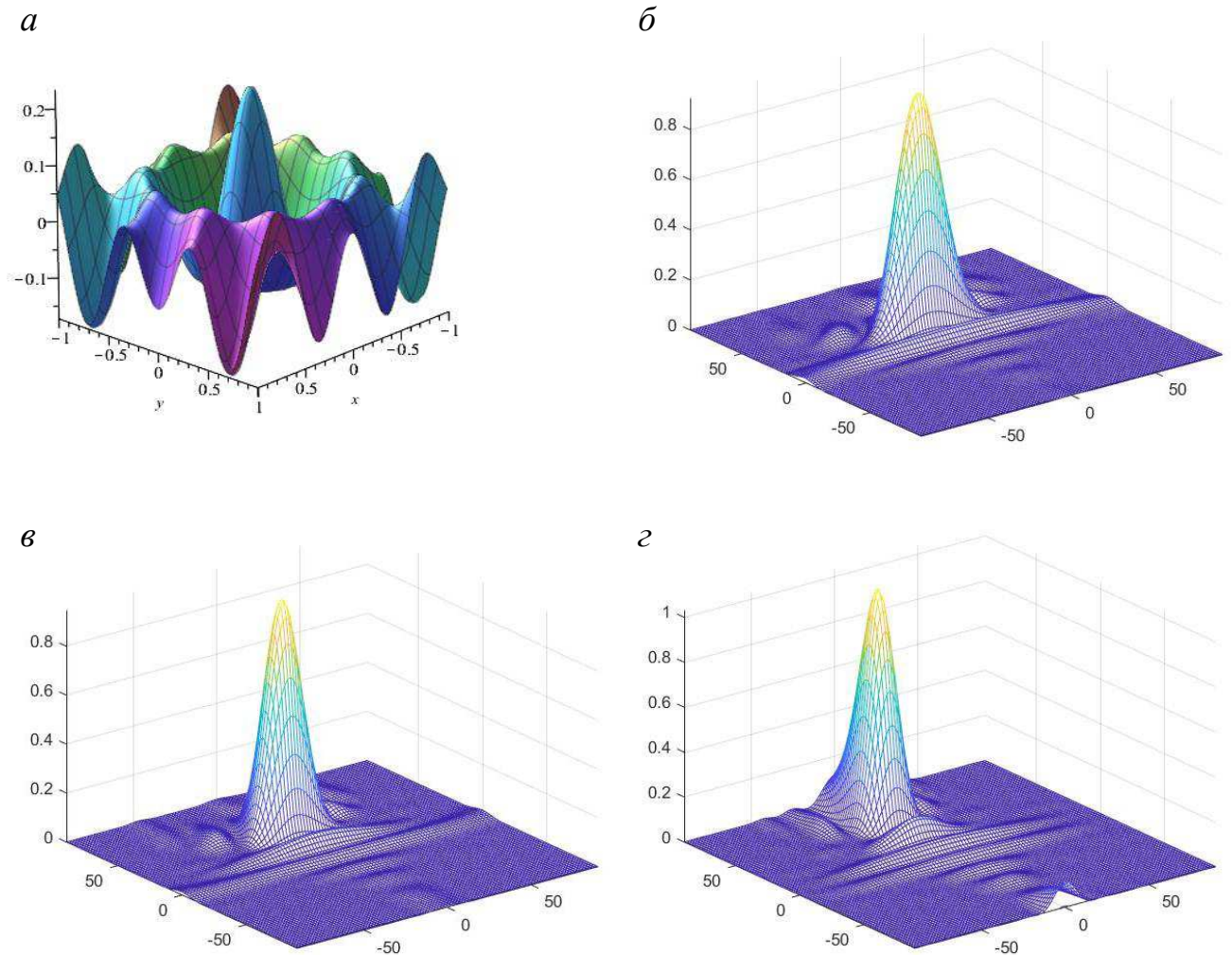


Рисунок 5 – Зависимость индикатрисы рассеяния $\ln\langle\rho_s\rangle$ от углов рассеяния θ_2 и θ_3 для фрактальной поверхности a — примеры шероховатой поверхности, по которым проводился расчет индикатрис рассеяния; сверху вниз показано изменение индикатрисы рассеяния для трех углов падения $\theta_1 = 30, 40, 60^\circ$ (β — γ) при $N = 5, M = 10, D = 2.9$

Для проведения расчетов используем равномерную прямоугольную сетку

$$P_h = \left\{ (\theta_2^i, \theta_3^j) : \theta_2^i = -\frac{\pi}{2} + ih, \theta_3^j = -\frac{\pi}{2} + jh, 0 \leq i, j \leq n \right\},$$

где n – количество узлов по каждой из координат, h – шаг сетки.

Обозначим P_{ij} – вычисленное значение индикатрисы в узле сетки.

Найдем максимальный всплеск индикатрисы рассеяния P_{max} и углы $\theta_{2,max}$ и $\theta_{3,max}$ при которых он достигается.

Для проверки симметричности рассеяния относительно плоскости падения вычислим две суммы

$$S_1 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n/2} P_{ij} ; S_2 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=n/2}^n P_{ij},$$

и определим их относительную разность по формуле

$$\Delta = \frac{|S_1 - S_2|}{\bar{S}}, \text{ где } \bar{S} = \frac{S_1 + S_2}{2}.$$

Были проведены расчеты для трех наборов входных параметров:

1. $N = 5; M = 10; D = 2.9; q = 1.1,$
2. $N = 2; M = 3; D = 2.5; q = 3,$
3. $N = 5; M = 10; D = 2.5; q = 3.$

Результаты расчетов представлены в таблицах 1-3 приложения А.

На основании полученных результатов расчетов можно заметить, что величина наибольшего всплеска индикатрисы увеличивается с увеличением угла падения электромагнитной волны (рис. 6). Азимутный угол рассеяния $\theta_{2,max}$, при котором достигается наибольший всплеск индикатрисы, приблизительно равен углу падения θ_1 (рис. 7). В то время как величина полярного угла рассеяния $\theta_{3,max}$ близка к нулю. Анализ значений величин S_1 и S_2 показывает, что индикатриса рассеяния почти симметрична относительно плоскости падения электромагнитной волны (рис. 8).

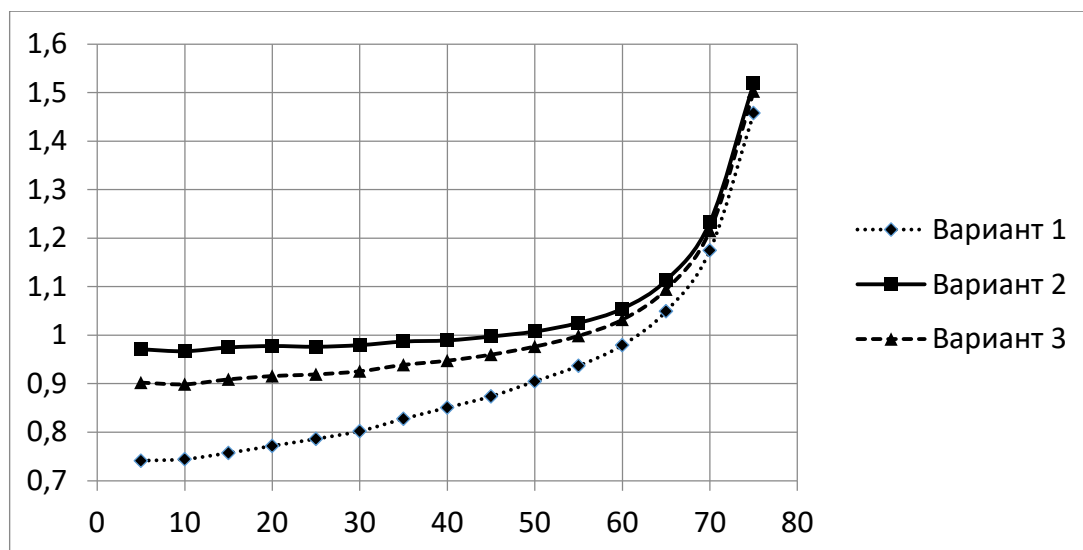


Рисунок 6 – График зависимости величины максимальной индикатрисы от угла падения электромагнитной волны

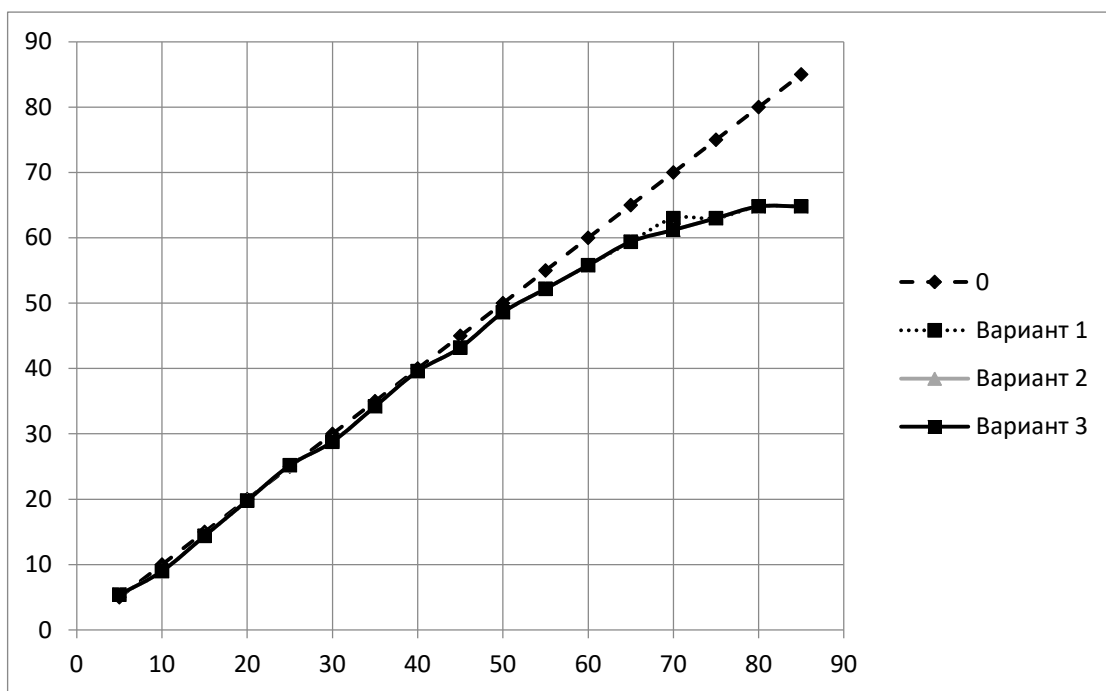


Рисунок 7 – График зависимости угла $\theta_{2,max}$ в максимальном значении индикатрисы от угла падения.

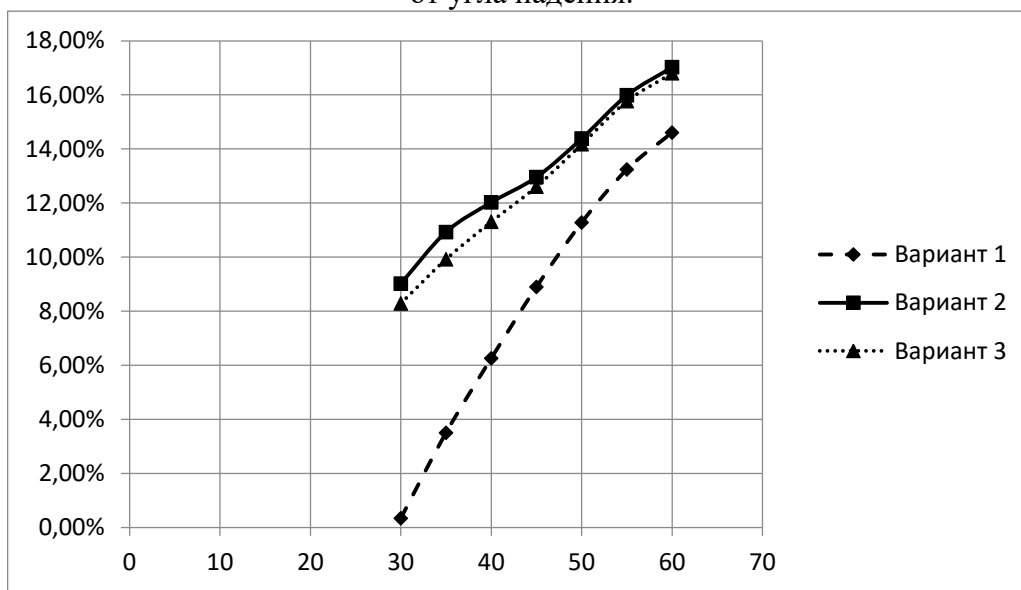


Рисунок 8 – График зависимости Δ Показателя симметричности индикатрисы рассеяния относительно плоскости θ_3 от θ_1

Анализ зависимости коэффициента рассеяния $\ln\langle\rho_s\rangle$ от углов рассеяния θ_2 и θ_3 для различных типов фрактальных поверхностей и углов падения $\theta_1 = 30, 40$ и 60° позволяет сделать следующие выводы.

1. Рассеяние симметрично относительно плоскости падения.
2. Самая большая интенсивность рассеянной волны наблюдается в направлении отраженной волны и, кроме того, существуют другие направления, в которых наблюдаются всплески интенсивности.

3. С увеличением степени калибровки поверхности (или с увеличением ее крупномасштабной однородности) картина рассеяния становится более сложной: число пиков, имеющих наибольшую интенсивность, увеличивается, и дополнительные пики меньшей интенсивности кажутся симметричными относительно плоскости рассеяния.

4. Независимо от типа (фрактальной структуры) рассеивающей поверхности существует зависимость коэффициента рассеяния от угла падения электромагнитной волны. При увеличении угла падения от 30° до 60° число дополнительных пиков уменьшается. Наибольшее их количество наблюдается при угле падения $\theta_1 = 30^\circ$. Это связано с влиянием высоты неоднородности поверхности на процесс рассеяния. С увеличением угла падения падающая волна как бы начинает “не замечать” высоту неоднородностей, и вклад от них уменьшается.

Отмеченные особенности рассеяния являются следствием сочетания случайности и очень похожего рельефа рассеивающей шероховатой фрактальной поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе получены следующие результаты.

1. Исследовано рассеяние электромагнитного излучения на шероховатой пространственно-неоднородной фрактальной поверхности.
2. Написана программа для MATLAB для расчета индикатрисы рассеяния для различных значений входных параметров.
3. Показано, что индикатриса рассеяния электромагнитных волн на шероховатой поверхности с фрактальным рельефом имеет сложную структуру и содержит всплески интенсивностей в направлениях, которые находятся достаточно далеко от направления зеркального отражения.
4. Выявлено, что рассеяние симметрично относительно плоскости падения.
5. С увеличением степени калибровки поверхности (или с увеличением ее крупномасштабной однородности) картина рассеяния становится более сложной: число пиков, имеющих наибольшую интенсивность, увеличивается, и дополнительные пики меньшей интенсивности кажутся симметричными относительно плоскости рассеяния.

Отмеченные основные особенности рассеяния электромагнитного излучения на пространственно неоднородных шероховатых поверхностях уже используются на практике, в частности, для неразрушающего контроля реальных поверхностей, и, по-видимому, перспективы практического использования полученных результатов весьма обнадеживающие.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Б.Мандельброт. Труды VI Междунар. симпоз. по фракталам в физике, Москва, Мир (1988) 9—48
2. М.Абрамовиц, И.Стиган. Справочник по специальным функциям, Москва, Наука (1979)
3. Семчук, О.Ю. Рассеяние электромагнитного излучения поверхностью с фракталоподобным рельефом /О.Ю. Семчук, Л.Г. Гречко, Л.Ю. Куницкая, О.И. Гичан // Журнал прикладной спектроскопии. – 2009. – Т.76, №5. – С.733-739.
4. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения. Серия «Библиотека профессионала». – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.
5. Дьяконов, В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с.
6. Тихонов, А.Н. Вводные лекции по прикладной математике / А.Н.Тихонов, Д.П.Кастомаров. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 192 С.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица 1 – Результаты расчетов для значений параметров $N = 5$; $M = 10$; $D = 2.9$; $q = 1.1$.

θ_1	P_{max}	$\theta_{2,max}$	$\theta_{3,max}$	S_1	S_2	Δ
5	0,741161	5,4	1,27E-14	312,4309	268,4033	15,16%
10	0,74435	9	-1,80E+00	215,2166	202,0867	6,29%
15	0,757167	14,4	-1,80E+00	139,8857	147,2371	5,12%
20	0,771662	19,8	1,27E-14	107,6987	117,31	8,54%
25	0,786201	25,2	1,27E-14	95,31978	99,43087	4,22%
30	0,802125	28,8	1,27E-14	85,97103	85,68135	0,34%
35	0,827571	34,2	1,27E-14	80,23248	77,47384	3,50%
40	0,850642	39,6	1,27E-14	79,74348	74,90734	6,25%
45	0,873792	43,2	1,27E-14	82,22069	75,21888	8,89%
50	0,904716	48,6	1,27E-14	86,17026	76,97103	11,28%
55	0,936866	52,2	1,27E-14	92,21548	80,7638	13,24%
60	0,979423	55,8	1,27E-14	101,5321	87,7136	14,60%
65	1,049374	59,4	1,27E-14	116,1166	99,63699	15,28%
70	1,174768	63	1,27E-14	142,077	121,936	15,26%
75	1,457867	63	1,27E-14	199,5541	172,4934	14,55%
80	2,26113	64,8	1,27E-14	374,4938	328,411	13,11%
85	6,248996	64,8	1,27E-14	1456,187	1308,781	10,66%

Таблица 2 – Результаты расчетов для значений параметров $N = 2$; $M = 3$; $D = 2.5$; $q = 3$.

θ_1	P_{max}	$\theta_{2,max}$	$\theta_{3,max}$	S_1	S_2	Δ
5	0,971041	5,4	-1,8	370,285	360,7184	2,62%
10	0,967082	9	1,27E-14	249,2552	241,4531	3,18%
15	0,974827	14,4	1,27E-14	163,7211	156,6572	4,41%
20	0,977805	19,8	1,27E-14	132,2543	124,902	5,72%
25	0,976283	25,2	1,27E-14	118,5194	110,4184	7,08%
30	0,979615	28,8	1,27E-14	104,1423	95,15634	9,02%
35	0,987055	34,2	1,27E-14	94,8302	85,00826	10,92%
40	0,989319	39,6	1,27E-14	93,26665	82,68763	12,02%
45	0,997489	43,2	1,27E-14	94,99403	83,43388	12,96%
50	1,007707	48,6	1,27E-14	97,62628	84,52464	14,39%
55	1,025578	52,2	1,27E-14	102,5038	87,33017	15,99%
60	1,054822	55,8	1,27E-14	111,5137	94,01796	17,02%
65	1,113402	59,4	1,27E-14	126,8615	106,8338	17,14%
70	1,233154	61,2	1,27E-14	154,9163	131,433	16,40%
75	1,520035	63	1,27E-14	217,128	186,8235	15,00%
80	2,337639	64,8	1,27E-14	405,1821	355,3578	13,10%
85	6,42322	64,8	1,27E-14	1552,902	1397,559	10,53%

Таблица 3 – Результаты расчетов для значений параметров $N = 5$; $M = 10$; $D = 2.5$; $q = 3$.

θ_1	P_{max}	$\theta_{2,max}$	$\theta_{3,max}$	S_1	S_2	Δ
5	0,902432	5,4	1,27E-14	348,7261	332,5426	4,75%
10	0,899059	9	1,27E-14	235,8918	225,6635	4,43%
15	0,909158	14,4	1,27E-14	155,7225	148,7504	4,58%
20	0,915947	19,8	1,27E-14	125,696	118,8441	5,60%
25	0,91946	25,2	1,27E-14	112,5388	105,0923	6,84%
30	0,925868	28,8	1,27E-14	99,18908	91,29853	8,28%
35	0,939013	34,2	1,27E-14	90,68484	82,11517	9,92%
40	0,9477	39,6	1,27E-14	89,45712	79,88435	11,31%
45	0,960116	43,2	1,27E-14	91,45986	80,61525	12,60%
50	0,976756	48,6	1,27E-14	94,4977	81,98983	14,17%
55	0,998929	52,2	1,27E-14	99,74333	85,16523	15,77%
60	1,032319	55,8	1,27E-14	108,903	92,02531	16,80%
65	1,094566	59,4	1,27E-14	124,1192	104,7096	16,96%
70	1,21582	61,2	1,27E-14	151,6935	128,8169	16,31%
75	1,50287	63	1,27E-14	212,7552	183,0784	14,99%
80	2,317441	64,8	1,27E-14	397,5733	348,5435	13,14%
85	6,379157	64,8	1,27E-14	1528,941	1375,469	10,57%

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

```
N = 5; %количество обертонов
M = 10; %количество обертонов
D = 2.5; %фрактальная размерность рассеивающей поверхности
q = 3; %основная пространственная частота поверхности
Cw = 0.01; %нормировочная константа
WTheta2=pi/2;
WTheta3=WTheta2;
NN = 100; %Количество разбиений
h2 = 2*WTheta2/NN;
h3 = 2*WTheta3/NN;
Result=zeros(17,8); %Матрица различных значений
P=zeros(NN+1,NN+1); %Матрица значений индикатрисы
R = 1; %коэффициент отражения
k = 7; %волновое число падающей волны
K = 1; %фундаментальное волновое число поверхности
XX = 0.5;
YY= 0.5;
sigma = Cw*sqrt((M*(1-q^(2*N*(D-3)))/(2*(1-q^(2*(D-3)))));
%среднеквадратичная высота ее профиля
for l=1:17
    Pmax=0;
    Theta2max=0;
    Theta3max=0;
    s1=0;
    s2=0;
    s3=0;
    s4=0;
    s5=0;
    s6=0;
    s7=0;
    s8=0;
    SumaZ=0;
    fita1 = 1*5*pi/180;
    Result(1,8) = fita1*180/pi;
for i=0:NN
    for j=0:NN
        sum = 0;
        sum1= 0;
        p=0;
        fita2 = -WTheta2 + i*h2; %Вычисление тета2
        fita3 = -WTheta3 + j*h3; %Вычисление тета3
        A = sin(fita1)-sin(fita2)*cos(fita3);
```

```

B = -sin(fita2)*sin(fita3);
C = -cos(fita1)-cos(fita2);
Ffita = (-R*(A*A+B*B+C*C))/(2*C); % угловой фактор
Cf = k*sigma*C*sqrt((2*(1-q^(2*(D-3)))/(M*(1-q^(2*N*(D-3))))));
for n=0:N
    for m=1:M-1
        sum1=q^(2*(D-
3)*n)*sinc((k*A+K*q^n*cos((2*pi*m)/M))*XX)^2*sinc(k*B+K*q^n*cos((2*pi*m)/
M))*YY)^2;
        sum = sum + sum1;
    end
end
p = ((Ffita/cos(fita1))^2)*(1-
(k*sigma*C)^2)*(sinc(k*B*YY)^2*sinc(k*A*XX)^2)+(1/2)*Cf^2*sum+((R/(2*C*c
os(fita1)))*(A^2+B^2))*(sinc(k*A*XX)^2*sinc(k*B*YY)^2);

if p> Pmax
    Pmax = p; %Максимальный Z в нашем случае максимальный p
    Theta2max=fita2*180/pi; %Максимальный тета2 для макмиляного Z
    Theta3max=fita3*180/pi; %Максимальный тета3 для макмиляного Z
end

Result(1,1) =Pmax; %Добавление в матрицу Максимального значения
индикатрисы
Result(1,2) =Theta2max; %Добавление в матрицу Максимального тета2 для
макмиляного Z
Result(1,3) =Theta3max; %Добавление в матрицу Максимального тета3 для
макмиляного Z

if fita2 >= 0 & fita3 >= 0
    s1=p+s1;
end

if fita2 >= 0 & fita3 <= 0
    s2=p+s2;
end

if fita2 <= 0 & fita3 >= 0
    s3=p+s3;
end

if fita2 <= 0 & fita3 <= 0
    s4=p+s4;
end

```

```

Result(1,4) =s1;
Result(1,5) =s2;
Result(1,6) =s3;
Result(1,7) =s4;

s5=s1+s2;
s6=s3+s4;
% s5 и s6 это сумма поверхностей разбиения по тета 3
s7=s1+s4;
s8=s2+s3;
% s7 и s8 это сумма поверхностей разбиения по тета 2
SumaZ = SumaZ + p;

P (I + 1, j + 1 ) = p;
end
end
end
IntegralPoZ = SumaZ/NN^2; % Интеграл по Z
% Построение поверхности
GWTheta2=WTheta2*180/pi;
Gh2=2*GWTheta2/NN;
[X, Y]=meshgrid([-GWTheta2:Gh2:GWTheta2]);
meshc(X, Y,P);

```


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 / В.В. Шайдуров

«17» июня 2019 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

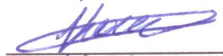
Направление 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФРАКТАЛОПОДОБНОГО РЕЛЬЕФА НА РАССЕИВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,

 / Е.В. Кучунова
17.06.2019

Выпускник

 / И.Д. Колодкин
17.06.2019

Красноярск 2019