

УДК [665.63+662.764]:62.50

## **Изучение тепломассообменных процессов в технологических печах**

**Л.В. Кулагина\***

*Сибирский федеральный университет,  
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79*

Received 12.11.2013, received in revised form 21.12.2013, accepted 18.01.2014

---

*Изложены результаты разработки методов анализа нестационарных процессов объектов с распределенными параметрами и использования в производстве высокоэффективных методов и средств решения задач проектирования оптимальных режимов и систем управления химико-технологическими установками на примере технологических печей.*

*Ключевые слова: математическое моделирование, системы с распределёнными параметрами, тепломассообмен, численный метод.*

---

### **Введение**

Важное место среди непрерывно действующих промышленных установок занимают такие, в которых технологический процесс происходит при движении взаимодействующих сред. Это технологические печи, трубчатые реакторы, ректификационные колонны, вращающиеся печи, теплообменные аппараты, сушильные камеры непрерывного действия, металлургические проходные, нагревательные печи, парогенераторы энергетических установок, длинные трубопроводы и целый ряд других [16].

В современных условиях развития нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности актуальной задачей становится повышение эффективности и экологической безопасности эксплуатации применяемого в отрасли топливоиспользующего энергоёмкого оборудования, в особенности трубчатых печей, так как их стоимость достигает 25 % от стоимости всех технологических установок нефтеперерабатывающих заводов (НПЗ).

В зависимости от специфики технологического процесса, физико-химических свойств нагреваемой среды и вида топлива применяют печи различных конструкций и параметров. Вместе с тем габаритные размеры трубчатых печей и другие конструктивные особенности не позволяют в полной мере осуществить совершенствование их конструкций и технологических процессов на базе экспериментальных исследований. Таким образом, существует проблема повышения точности проектирования, эксплуатации, управления и контроля технологий производства нефтепродуктов, решение которой позволит экономить топливные ресурсы и снизить вредные выбросы в атмосферу.

---

© Siberian Federal University. All rights reserved

\* Corresponding author E-mail address: klvation@gmail.com

Современные требования к теплотехнологиям, широкое внедрение процессорных методов измерения, контроля и управления ставят в число приоритетных задач более детальную разработку физико-математических моделей гидродинамических, тепломассообменных и термодинамических процессов. В случае математического моделирования этих явлений и реализации их численными или аналитическими методами получаемые результаты обладают большей общностью и удобством для практического использования. Успешное решение названной задачи определяет реальные возможности повышения технического уровня и эффективности эксплуатации технических систем.

Рассматриваемые процессы имеют значительную распределенность в пространстве, что хорошо иллюстрирует описание технологического оборудования Ачинского НПЗ, на примере которого были апробированы разработанные модели [7-11]. Пренебрежение важным свойством распределенности процессов приводит к принципиальным ошибкам в решении задач автоматического управления. В этой связи для математического описания таких процессов применяют дифференциальные уравнения в частных производных и соответствующие краевые задачи, некоторые численные методы, пользуясь которыми можно рассчитывать статические и динамические характеристики управляемых объектов [12-17].

Существующие подходы моделирования характеризуются отсутствием количественной основы, связывающей фундаментальные и специальные знания. До настоящего времени системы обработки данных и управления для процессов нефтепереработки часто создавали на основе анализа статических характеристик, что не всегда должным образом повышает эффективность их функционирования.

Актуальная задача – численная реализация методов решения краевых задач и задач определения статических и динамических характеристик рациональных режимов работы теплотехнологических процессов и установок. Основы в этой области представляют опубликованные работы Н. Д. Демиденко, Г. И. Марчука, Н. Н. Моисеева, Р. П. Федоренко, В. В. Шайдурова, Ю. И. Шокина, Н. Н. Яненко и др. [13, 14, 18, 19].

Разработка методов анализа нестационарных процессов объектов с распределенными параметрами является центральным вопросом в проблеме моделирования статических и динамических режимов технологических процессов. Декомпозиция общей проблемы на ряд отдельных задач и разработка метода их решения определяют возможность успешного достижения цели. Такой подход в итоге приводит к повышению эффективности технологических процессов, минимизации затрат на производство продуктов и сокращению сроков их выпуска. Кроме того, он даёт возможность исследовать закономерности поведения объектов и более детально изучить технологические процессы.

Физическая картина явлений, происходящих в объектах, как правило, несколько упрощена во избежание излишней громоздкости записей и для выделения общих свойств рассматриваемого класса объектов. Последнее обстоятельство связано с возможностью типизации моделей и применением общих для всего класса объектов методов исследования и управления.

Таким образом, важна, прежде всего, структура математических моделей. Следует подчеркнуть, что аналитический метод построения моделей промышленных объектов не всегда обеспечивает удовлетворительное совпадение предсказанных моделью значений с экспериментом. Это объясняется влиянием на реальный процесс многих неучтенных моделью фак-

торов (часто неизвестных), случайным характером внешних воздействий на объект, а также неточным знанием физических констант, характеризующих процесс в исследуемом объекте. В связи с указанными выше факторами полученные аналитическим путем модели, как правило, проверяются на адекватность реальному объекту и в случае необходимости корректируются. Однако, несмотря на отмеченный недостаток, феноменологический (аналитический) подход остается одним из основных инструментов получения математических моделей промышленных объектов, так как определяет структуру модели и дает большую априорную информацию об объекте управления.

В области моделирования процессов нефтепереработки значительные результаты получены В. Н. Ветохиным, Н. Д. Демиденко, В. В. Кафаровым [3, 13-15, 20-23]. В области систем с сосредоточенными параметрами основополагающими являются работы Р. Габасова, Ф. М. Кириловой, Н. Н. Красовского, Л. С. Понтрягина и др. Важные задачи оптимального управления для распределенных систем решены А. Г. Бутковским, Г. Л. Дегтяревым, Н. Д. Демиденко, А. И. Егоровым, Т. К. Сиразетдиновым и др. [4, 14, 17, 19, 24].

### **Основная идея исследования**

Основная идея заключается в комплексном использовании метода декомпозиции общей проблемы на ряд отдельных задач построения и исследования моделей сложных систем с распределенными параметрами и математического моделирования тепломассообменных процессов в трубчатых печах с целью повышения эффективности и экологической безопасности производства нефтепродуктов на базе принципов оптимального управления и контроля технических систем. Разработанный в итоге программный инструмент представляет собой вычислительную экспериментальную установку, эффективность и экономичность которой заведомо повышает эффективность и экономичность лабораторных и промышленных исследований, обеспечивая безотказность, надежность, гибкость, модифицируемость, простоту освоения и эксплуатации.

### **Методика исследований**

Численный анализ проводили с применением методов решения дифференциальных уравнений с обыкновенными производными (метод Кутты–Мерсона и др.) и программного комплекса COMSOL Multiphysics для систем уравнений с частными производными. Изложены принципы и задачи компьютерного моделирования процессов в трубчатой печи. Приведен тепловой расчет. Предложена математическая модель процесса горения капель топлива с учетом потерь на излучение.

Считается, что пары топлива сгорают в весьма тонком сферическом слое радиусом  $r_e$ , который называется зоной горения. Скорость горения определяется подводом к зоне горения кислорода извне и паров топлива изнутри. Такой подход позволяет вычислить скорость испарения капли, температуру в зоне горения, радиус зоны горения, температуру капли. В практически важных случаях температура капли оказывается близкой к температуре кипения. Теория развита для случая молекулярных процессов горения. Ее можно распространить на случай конвективного тепло- и массообмена. Однако вышеприведенная теория встречается с серьезными трудностями. Экспериментально установлено, что температура в зоне горения значительно ниже расчетной.

Имеются некоторые расхождения в математических методах анализа, используемых разными авторами, но для стационарного сферического горения используется единый подход. Для упрощения модели приняты следующие допущения:

- жидкая капля имеет сферическую форму;
- влиянием конвекции пренебрегают, пламя рассматривают как сферическую поверхность, concentрическую с каплей;
- пламя считают разновидностью диффузионного пламени, которое образуется в результате реакции между парами горючего и воздухом, которые реагируют в стехиометрическом соотношении;
- рассматривают стационарное состояние при постоянном диаметре капли, хотя реально диаметр жидкой капли уменьшается по мере горения, однако это изменение происходит медленно по сравнению с изменением скорости диффузии и прочими факторами;
- температура капли одинакова по всему объему;
- давление в течение всего процесса горения считается постоянным;
- влияние излучения рассматривают отдельно.

Исходя из законов механики сплошных сред, **модель нестационарного горения** можно представить следующими уравнениями:

1. Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial l} = 0. \quad (1)$$

Для покомпонентной модели процесса горения уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial \rho x}{\partial t} + \frac{\partial \rho x u}{\partial l} = -\frac{\rho x}{\tau}, \quad (2)$$

здесь  $x$  – концентрация горючего вещества в смеси ( $0 \leq x \leq 1$ );  $\tau$  – время сгорания.

2. Уравнение движения в виде

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial l} \right) + \frac{\partial P}{\partial l} = 0. \quad (3)$$

3. Уравнение сохранения энергии:

$$\rho T \left( \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial l} \right) = \frac{\rho x}{\tau} q - Q(T) + K_1 (T_c - T), \quad (4)$$

где  $q$  – теплота сгорания топлива;  $Q(T)$  – потери на излучение;  $S$  – энтропия, причем  $S = C_v \ln \frac{P}{\rho^\gamma}$

( $\gamma = 1,0 - 1,4$ , так как для жидкостей различие между  $C_v$  и  $C_p$  незначительно);  $K_1$  – коэффициент теплопередачи для рабочего потока.

Уравнение (4) после ряда преобразований можно записать как

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 1 - \gamma T \frac{\partial u}{\partial l} - u \frac{\partial T}{\partial l} + \frac{xq}{C_v \tau} - \frac{Q(T)}{C_v} + K_1 (T_c - T).$$

## 4. Уравнение теплообмена:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} - w \frac{\partial T_c}{\partial l} = K_2 (T - T_c), \quad (5)$$

где  $K_2$  – коэффициент теплопередачи для стенки печи.

Уравнения (1)–(5) представляют собой математическую модель теплового процесса печи, которая может быть реализована относительно скорости движения смеси и концентрации горючего вещества в смеси по длине камеры сгорания и использована для получения других параметров печи, которые зависят от  $x$  и  $u$ .

Для получения  $x$ ,  $u$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $T_c$  как функции длины и времени в камере сгорания формулируется смешанная краевая задача. Для этого к уравнениям (1)–(5) добавляют начальные условия:

$$x|_{l,0} = \varphi_1, \quad u|_{l,0} = \varphi_2, \quad T|_{l,0} = \varphi_3, \quad T_c|_{l,0} = \varphi_4, \quad \rho|_{l,0} = \varphi_5, \quad (6)$$

и граничные условия:

$$x|_{0,t} = \varphi_1(t), \quad u|_{0,t} = \varphi_2(t), \quad T|_{0,t} = \varphi_3(t), \quad T_c(L,t) = \varphi_4(t), \quad \rho(0,t) = \varphi_5(t) \quad (7)$$

**Стационарная модель процесса горения** следует из (1)–(5). В этом случае уравнения могут быть значительно упрощены. При  $\partial / \partial t = 0$  первое слагаемое в левых частях уравнений

(1)–(5) обращается в ноль и  $\frac{\partial}{\partial l} \rightarrow \frac{d}{dl}$ , так как остается лишь одна независимая переменная. Тогда

модель после соответствующих преобразований может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dl} &= -\frac{x}{u\tau}, \\ Mu + P &= \Pi, \\ \frac{d}{dl} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma u P}{\gamma - 1} \right) &= \frac{R}{C_v} \frac{x}{\gamma - 1} \frac{1}{\tau u} q - \frac{RQ(T)}{C_v M \gamma - 1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $M$ ,  $\Pi$  – константы.

Система (8), состоящая из обыкновенных дифференциальных уравнений, теперь может быть разрешена относительно скорости движения смеси и концентрации горючего вещества в смеси по длине камеры сгорания. Это решение может быть использовано для получения других параметров печи, которые зависят от  $x$  и  $u$ .

**Решение стационарной модели**

Для определения  $x$  и  $u$  как функций длины в камере сгорания формулируем задачу Коши, задавая значения  $x$  и  $u$  на входе в камеру сгорания.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dl} &= -\frac{x}{u\tau}, \\ \frac{du}{dl} &= \frac{R}{C_v} \left[ \frac{Mxq - \tau u Q(T)}{u\tau \gamma P - Mu} \right], \\ 0 &\leq l \leq L. \end{aligned}$$

Начальные условия:

$$\begin{cases} x(0) = \alpha_1, \\ u(0) = \alpha_2. \end{cases}$$

Были проведены расчеты горения капель различного диаметра для решения задачи Коши с начальными условиями, м/с:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0,346, \\ u(0) &= 1,0. \end{aligned}$$

Капли диаметром 0,01 мм имеют время сгорания  $\tau = 0,00011$  и потери на излучение  $Q = 0,00001498$  Дж/с; диаметром 0,1 мм –  $\tau = 0,011$  и  $Q = 0,001498$  Дж/с; диаметром 1 мм –  $\tau = 0,07$  и, соответственно, потери на излучение  $Q = 0,1498$  Дж/с; диаметром 2 мм – время сгорания  $\tau = 2,3$  и  $Q = 0,27818$  Дж/с. В задаче использовались постоянные величины: давление –  $P = 101\,000$  Па, теплота сгорания –  $q = 26\,000\,000$  Дж/кг (с учетом диссоциации продуктов сгорания), массовый расход –  $M = 144$ ,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,1$ . Результаты расчетов, представленные на рис. 1

и 2, показывают, что скорость горения и концентрация горючего вещества по длине печи, как и потери тепла на излучение, существенно зависят от размеров капель топлива. Наилучшие параметры горения имеют капли диаметром 1 мм, причем по скорости горения для этих капель наблюдается локальный максимум.

При правильно принятых физических предположениях результаты решения дифференциальных уравнений, описывающих рассматриваемые процессы, могут отражать их общий ход и меру влияния отдельных факторов на их протекание. Качественный анализ полученных соотношений и зависимостей в целом может явиться основой для построения (уточнения) физической модели горения жидкого топлива, моделирования и оптимизации сложных процессов разделения и систем управления.

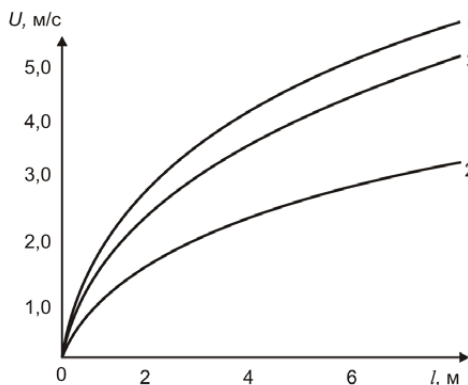


Рис. 1. Изменение скорости горения смеси по длине печи: 1 – диаметр капли 1 мм; 2 – 2 мм; 3 – меньше 1 мм

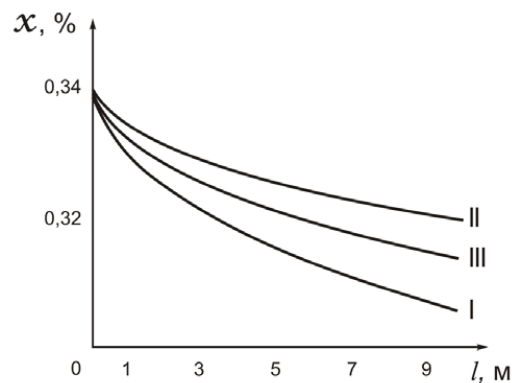


Рис. 2. Изменение концентрации горючего вещества по длине печи: I – горение каплей диаметром 1 мм; II – 2 мм; III – меньше 1 мм

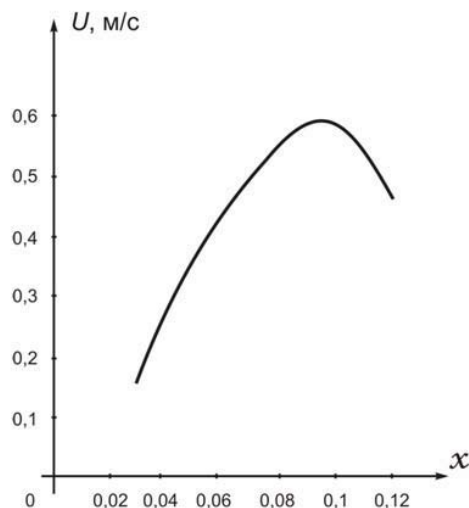


Рис. 3. Влияние концентрации капель жидкого горючего на скорость распространения пламени на начальной стадии процесса

На рис. 3 показано влияние концентрации капель жидкого горючего на скорость распространения пламени на начальной стадии процесса. Видно, что по мере увеличения  $x$  – концентрации капель определенного размера – скорость распространения пламени уменьшается при  $x < 9\%$  (для диаметра капель  $\sim 1$  мм) и несколько возрастает при более высоких  $x$ . При очень малых и очень больших концентрациях горючего влияние размеров капель, по существу, отсутствует.

При увеличении количества сконденсированного горючего полная концентрация, при которой достигается максимальная скорость распространения пламени, сдвигается в стороны больших значений концентрации горючего, а значение максимальной скорости распространения пламени уменьшается. Влияние концентрации жидких капель на скорость горения идентично влиянию концентрации жидких капель на скорость распространения пламени, причем этот эффект выражен тем сильнее, чем выше скорость распространения пламени. Это, в свою очередь, показывает, что в случае высокой скорости распространения пламени жидкие капли размером 1 мкм не успевают полностью испариться перед фронтом пламени.

### **Исследования динамических характеристик систем с распределенными параметрами**

Рассмотрим решение задач оптимального контроля для непрерывного процесса взаимодействия двух разнонаправленно движущихся сред в тепломассообменном аппарате с пространственно распределенным воздействием и оптимального управления для процесса нестационарной массопередачи в трубчатой печи.

Изучим непрерывный процесс взаимодействия двух противоточно движущихся сред в тепломассообменном аппарате с пространственно распределенным воздействием. Исходя из закона сохранения количества тепла или массы рассмотрим уравнения, описывающие этот процесс:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{\partial \omega_1 T_1}{\partial l} &= \alpha_1(l, t) (T_2 - T_1), \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} + \frac{\partial \omega_2 T_2}{\partial l} &= \alpha_2(l, t) (T_1 - T_2) + f(l, t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $T_i = T_i(l, t)$ ,  $i = 1, 2$  – функция распределения температуры;  $\omega_i = \omega_i(l, t)$ ,  $i = 1, 2$  – скорость движения соответственно первой и второй сред;  $f(l, t)$  – функция внешнего воздействия;  $\alpha_i = \alpha_i(l, t)$ ,  $i = 1, 2$  – коэффициенты, характеризующие свойства взаимодействующих сред.

Здесь внешнее воздействие приложено в  $m$  промежуточных точках и представляется в виде

$$f(l, t) = \sum_{j=1}^m \chi_j(l) v_j(t).$$

В качестве функции распределенного внешнего воздействия возьмем функцию следующего вида:

$$\chi_j(l) = \begin{cases} a(l - l_j)^b e^{c(l - l_j)}, & l \in [0, l_j]; \\ 0, & l \in [l_j, l]; \end{cases}$$

где  $l_j$  – координата точки приложения внешнего воздействия;  $a = 738,91$ ;  $b = 2$ ;  $c = 20$ .

Дополним систему уравнений (9) следующими начальными и граничными условиями:

$$T_i(l, 0) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

$$T_1(0, t) = T_{1\text{вх}}(t), \quad T_2(l, t) = T_{2\text{вх}}(t), \quad (11)$$

где  $T_{1\text{вх}}(t)$ ,  $T_{2\text{вх}}(t)$  – заданные функции. Функционал качества имеет вид

$$I = \int_0^{\theta} [T_1^*(1, t) - T_1(1, t)]^2 dt, \quad (12)$$

где  $\theta$  – фиксированное время процесса управления;  $T_1^*(1, t)$  – заданное значение регулируемой величины;  $T_{1\text{вх}}(1, t)$  – регулируемая величина. Используется возможность подачи на объект  $m + 1$  управляющих воздействий: при  $j = 0$  – за счет изменения граничных условий на входе второй (регулирующей) среды  $v_0(t) = T_{2\text{вх}}(t)$ ; при  $j = 1, \dots, m$  – промежуточных внешних воздействий  $v_j(t)$ . Таким образом, получаем  $m + 1$  – контурную систему автоматического регулирования. Функции управляющих воздействий  $v_j(t)$ ,  $j = 0, \dots, m$  представляются в виде

$$v_j(t) = \int_0^1 u_j(t, \tau) \int_0^1 T_1(l, \tau) g_j(l) dl d\tau, \quad j = 0, \dots, m, \quad (13)$$

здесь  $v_j(t)$  – операторы используемых управляющих устройств (в данном случае интегральные)

с заданными ядрами  $u_j(t, \tau)$ , определенными в треугольнике  $0 \leq \tau \leq t \leq T$ ,  $\varphi_j(\tau) = \int_0^1 T_1(l, \tau) g_j(l) dl$  –

воздействия на входе регуляторов, характеризующие состояние объекта управления и выражающиеся через весовые функции распределенного контроля  $g_j(x)$ . Таким образом, задача



оптимизации системы управления такова: найти такие весовые функции  $g_j(l)$ , при которых значение функции состояния  $T_1(1, t)$  минимизировало бы функционал качества (12).

Представлены примеры расчета систем контроля. На рис. 4 и 5 приведены кривые оптимального управления и соответствующие функции распределенного контроля с подачей управляющих воздействий в точки, распределенные по длине аппарата.

На основе математической модели, записанной уравнениями (1)–(5), рассмотрим следующую тепломассообменную задачу для трубчатой печи:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -u \frac{\partial \rho}{\partial l} - \rho \frac{\partial u}{\partial l}, \\ \frac{\partial x}{\partial t} = -u \frac{\partial x}{\partial l} - \frac{x}{\tau}, \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial l} - R \frac{\partial T}{\partial l} - \frac{RT}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial l}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} = 1 - \gamma T \frac{\partial u}{\partial l} - u \frac{\partial T}{\partial l} + \frac{xq}{C_v \tau} - \frac{Q}{C_v \rho} T + K_1 T_c - T, \\ \frac{\partial T_c}{\partial t} = -w \frac{\partial T_c}{\partial l} + K_2 T - T_c. \end{cases} \quad (14)$$

К системе (14) добавим начальные и граничные условия (6)–(7). Примем следующие ограничения на управления:

$$v_{\min} \leq v_i(t) \leq v_{\max}. \quad (15)$$

Вводя фиктивные управления  $z_i, i = \overline{1, 5}$ , сведем неравенство (15) к равенству

$$v_{\max} - v_i - v_i - v_{\min} - z_i^2 = 0, \quad i = \overline{1, 5}. \quad (16)$$

Связь граничных условий с управлениями такова:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_{0,t} = b_1 v_1(t), \quad \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_{0,t} = b_2 v_2(t), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{0,t} = b_3 v_3(t),$$

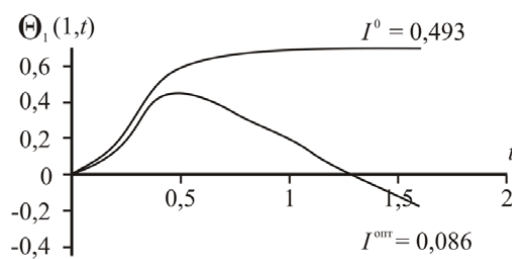


Рис. 4. Изменения температуры в переходном режиме и при оптимальном контроле с весовыми функциями  $g_0, g_4$

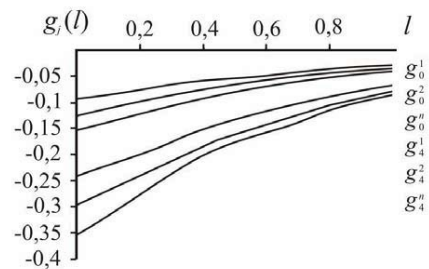


Рис. 5. Начальные  $g_0^1, g_4^1$  и оптимальные  $g_0^n, g_4^n$  – весовые функции распределенного контроля

$$\frac{\partial T_{0,t}}{\partial t} = b_4 v_4(t), \quad \frac{\partial T_c}{\partial t} = b_5 v_5(t).$$

Задача оптимального управления в этом случае состоит в нахождении таких управлений  $v_i(t)$ ,  $i = 1, 5$  из промежутков (15), которые удовлетворяют системе уравнений (16), соответствующим граничным условиям и минимизируют функционал качества:

$$\int_0^T \int_0^L [T_c(l,t) - T_c^*(l,t)]^2 dl dt. \quad (17)$$

Введем следующие обозначения:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \zeta^1, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = \zeta^2, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \zeta^3, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \zeta^4, \quad \frac{\partial T_c}{\partial t} = \zeta^5. \quad (18)$$

С учетом (18) система (14) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -u\zeta^1 - \rho\zeta^3 \equiv X_1, \\ \frac{\partial x}{\partial t} = -u\zeta^2 - \frac{x}{\tau} \equiv X_2, \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -u\zeta^3 - R\zeta^4 - \frac{RT}{\rho}\zeta^1 \equiv X_3, \\ \frac{\partial T}{\partial t} = 1 - \gamma T\zeta^3 - u\zeta^4 + \frac{xq}{C_v\tau} - \frac{QT}{C_v\rho} + K_1 T_c - T \equiv X_4, \\ \frac{\partial T_c}{\partial t} = -w\zeta^5 + K_2 T - T_c \equiv X_5. \end{cases} \quad (19)$$

Собрав слагаемые при одинаковых вариациях функции и используя аргументацию теории вариационных исчислений, получим сопряженную систему уравнений относительно функции Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi_1}{\partial t} = \xi_1\zeta^3 - \xi_3\zeta^1 - \xi_4 \frac{RT}{\rho^2} - \xi_4 \frac{QT}{C_v\rho^2} - \frac{\partial \eta_1}{\partial t}, \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = \xi_2 \frac{1}{\tau} - \xi_4 \frac{q}{C_v\tau} - \frac{\partial \eta_2}{\partial t}, \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial t} = \xi_1\zeta^1 + \xi_2\zeta^2 + \xi_3\zeta^3 + \xi_4\zeta^4 - \frac{\partial \eta_3}{\partial t}, \\ \frac{\partial \xi_4}{\partial t} = \xi_3 \frac{R}{\rho}\zeta^1 - \xi_4 \left( 1 - \gamma T\zeta^3 - \frac{1}{C_v\rho} \frac{\partial QT}{\partial T} - K_1 \right) - \xi_5 K_2 - \frac{\partial \eta_4}{\partial t}, \\ \frac{\partial \xi_5}{\partial t} = \xi_5 K_2 + 2T_c - 2T_c^* + \xi_4 K_1 - \frac{\partial \eta_5}{\partial t}, \end{cases} \quad (20)$$

здесь  $\xi_i(l, t)$ ,  $\eta_i(l, t)$  – функции Лагранжа.

$$\begin{cases} \eta_1 = \xi_1 u + \xi_3 RT / \rho, \\ \eta_2 = \xi_2 u, \\ \eta_3 = \xi_1 \rho + \xi_3 u - \xi_4 (1 - \gamma T), \\ \eta_4 = \xi_3 R + \xi_4 u, \\ \eta_5 = \xi_5 w. \end{cases} \quad (21)$$

С помощью (21), исключая из (20)  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$ , получим сопряженную систему относительно  $\xi_i, i = \overline{1, 5}$

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi_1}{\partial t} = -\xi_4 \frac{QT}{C_v \rho^2} - u \frac{\partial \xi_1}{\partial l} - \frac{RT}{\rho} \frac{\partial \xi_3}{\partial l} - \frac{\xi_3 R}{\rho} \frac{\partial T}{\partial l}, \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = \xi_2 \frac{1}{\tau} - \xi_4 \frac{q}{C_v \tau} - u \frac{\partial \xi_2}{\partial l} - \xi_2 \frac{\partial u}{\partial l}, \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial t} = \xi_2 \frac{\partial x}{\partial l} - \rho \frac{\partial \xi_1}{\partial l} - u \frac{\xi_3}{\partial l} + 1 - \gamma T \frac{\partial \xi_4}{\partial l} + 2 - \gamma \xi_4 \frac{\partial T}{\partial l}, \\ \frac{\partial \xi_4}{\partial t} = \xi_3 \frac{R}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} + \gamma - 2 \xi_4 \frac{\partial u}{\partial l} + \frac{\xi_4 \gamma}{C_v \rho} \frac{\partial QT}{\partial l} - \xi_5 K_2 - \\ - R \frac{\partial \xi_3}{\partial l} - u \frac{\partial \xi_4}{\partial l} - \xi_4 K_1, \\ \frac{\partial \xi_5}{\partial t} = \xi_5 K_2 + 2 \left( T_c - T^* \right) w \frac{\partial \xi_5}{\partial l} + \xi_4 K_1. \end{cases} \quad (22)$$

Начальные условия

$$\xi_i, l, T = 0, i = \overline{1, 5}. \quad (23)$$

После преобразований получим

$$\begin{cases} \frac{\partial \lambda^1}{\partial t} = -\xi_1, 0, t u, 0, t - \xi_3, 0, t RT, 0, t / \rho, 0, t, \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial t} = -\xi_2, 0, t u, 0, t, \\ \frac{\partial \lambda^3}{\partial t} = -\xi_1, 0, t \rho, 0, t - \xi_3, 0, t + \xi_4, 0, t 1 - \gamma T, 0, t, \\ \frac{\partial \lambda^4}{\partial t} = -\xi_3, 0, t R - \xi_4, 0, t u, 0, t, \\ \frac{\partial \lambda^5}{\partial t} = -\xi_5, L, t w, \end{cases} \quad (24)$$

где  $\lambda_i, t, (i = \overline{1, 5})$  – функции Лагранжа;

$$\begin{aligned} \lambda^1 T = 0, \lambda^2 T = 0, \lambda^3 T = 0, \lambda^4 T = 0, \lambda^5 T = 0. \\ \eta^1 L, t = 0, \eta^2 L, t = 0, \eta^3 L, t = 0, \eta^4 L, t = 0, \eta^5 0, t = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Численное исследование сделали для реального объема трубчатой печи. Здесь неизвестными являются  $x, u, \rho, T$  и  $T_c$ . Для указанных неизвестных были взяты следующие входные значения:  $x = 47\%$ ,  $u = 4$  м/с,  $\rho = 854$  кг/м<sup>3</sup>,  $T = 530^\circ$  С,  $T_c = 270^\circ$  С. Моделирование проводили с использованием программы COMSOL Multiphysics, предназначенной для решения широкого круга задач, формулируемых системами уравнений с частными производными. Результаты расчетов приведены на рис. 6–14.

Полученные результаты дают возможность сделать следующие заключения:

– увеличение плотности потока на выходе из печи происходит вследствие снижения скорости потока газа и продуктов сгорания. Из рис. 7 видно, что топливо полностью вы-

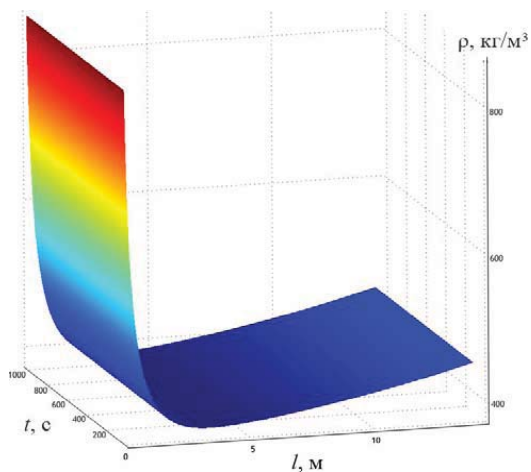


Рис. 6. Распределение плотности потока по длине печи

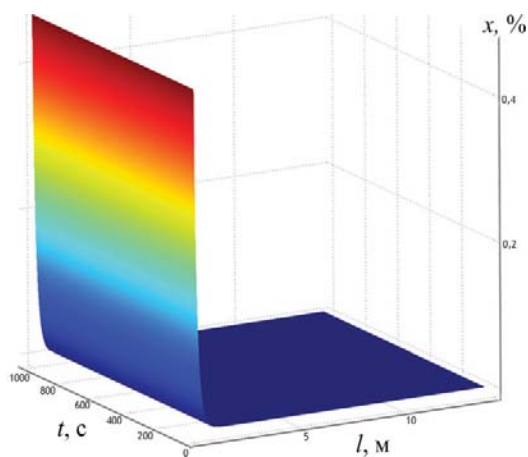


Рис. 7. Изменение концентрации горючего вещества

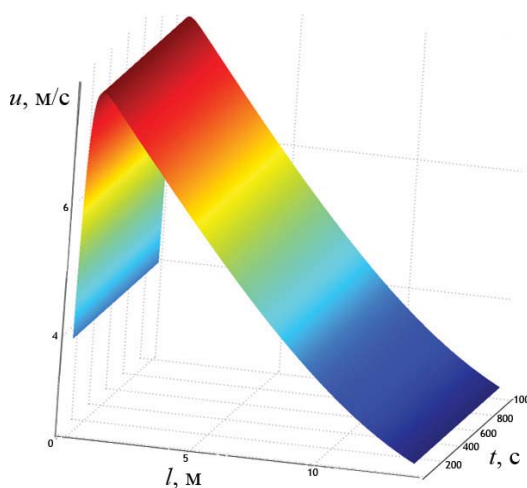


Рис. 8. Изменение скорости движения потока

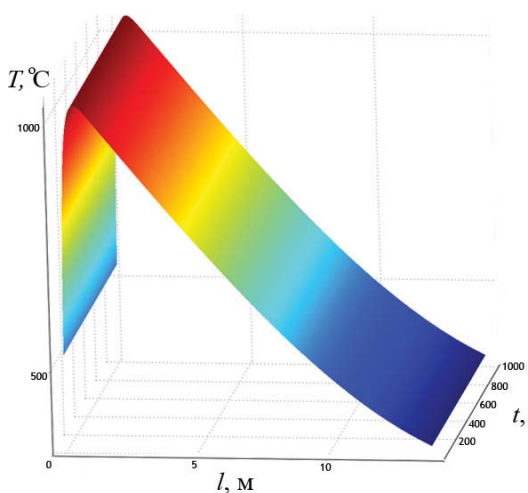


Рис. 9. Распределение температуры потока по длине печи

горает. При детальном рассмотрении процесса с помощью двумерных зависимостей наблюдается оптимум в области температур вблизи 470 °С. Увеличение плотности потока выше оптимального приводит к увеличению недожога, снижению КПД процесса и увеличению количества вредных выбросов в окружающую среду. Снижение плотности характеризует недогрев сырья и, соответственно, неоптимальный режим работы технологической установки в целом;

- выявлен эффект перераспределения теплообмена между потоком горячих газов и сырьем по длине печи (рис. 11), что может оказать влияние на качество получаемого продукта, следовательно, изменяя температуру потока по длине печи или задавая режим работы, можно получать продукт заданного качества;

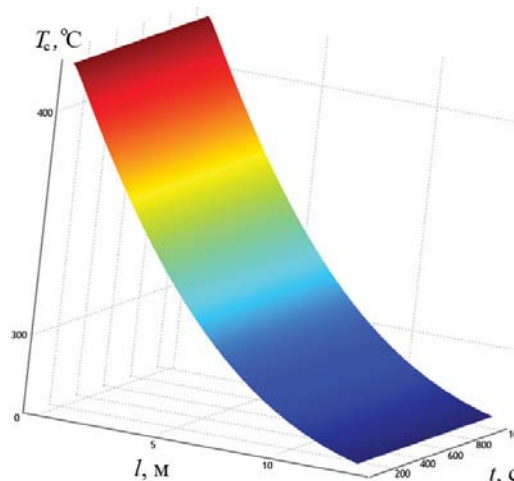


Рис. 10. Изменение температуры сырья

– управляя скоростью движения потока, возможно регулировать плотность и, как следствие, величину недожога и, соответственно, количество выбросов в окружающую среду на выходе из печи.

Сопоставление полученных результатов со значениями управляющих параметров реального производства АНПЗ показало хорошее соответствие (отличие составляет 1–5 %).

### Выводы

1. На основе анализа моделей процессов нестационарного теплообмена с разнонаправленными потоками найдены определяющие параметры для моделирования статических и динамических режимов технологических печей. На этой основе на примере процессов горения в технологических печах реализованы задачи получения статических и динамических характеристик объектов с распределенными параметрами [25].

2. Разработаны и реализованы математические модели нестационарных режимов работы технологических печей. С помощью метода Кутга–Мерсона на основе предложенного уравнения сохранения энергии, учитывающего тепломассообмен в одно- и разнонаправленных потоках, решена задача Коши для совершенствования режимов работы технологических печей. Показана эффективность предложенных численных алгоритмов, подтвержденная сравнением с характеристиками натуральных установок и актами об использовании результатов исследований [7, 25–28].

3. Предложен способ построения математических моделей для процессов теплообмена с взаимодействующими потоками в нефтеперерабатывающей отрасли промышленности. Способ основан на применении принципа декомпозиции общей проблемы на ряд отдельных задач с поиском решения для каждой из них и последующим синтезом. Это дает возможность наиболее полно учесть характерные особенности распределенных процессов, подробно исследовать закономерности поведения объектов и более детально изучить технологические процессы нефтехимии и нефтепереработки.

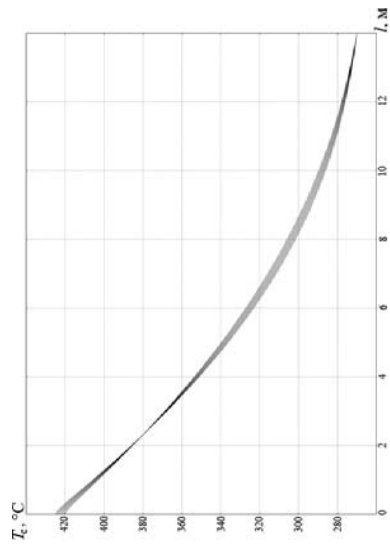


Рис. 11. Изменение температуры сырья по длине печи при различных значениях температуры потока

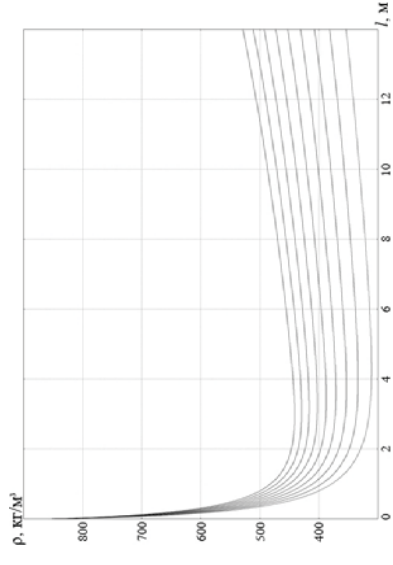


Рис. 12. Изменение плотности потока по длине печи при различных значениях температуры

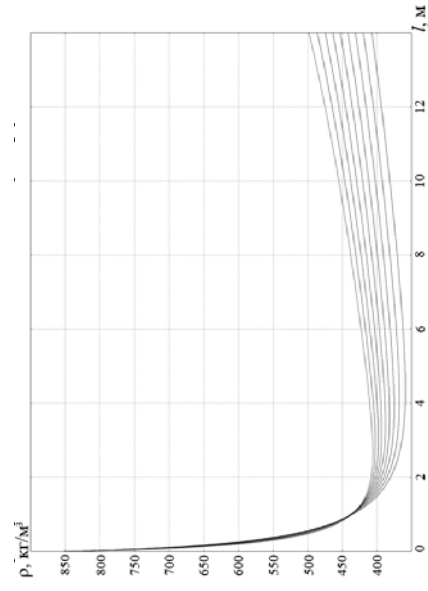


Рис. 13. Изменение плотности потока по длине печи при различных значениях скорости

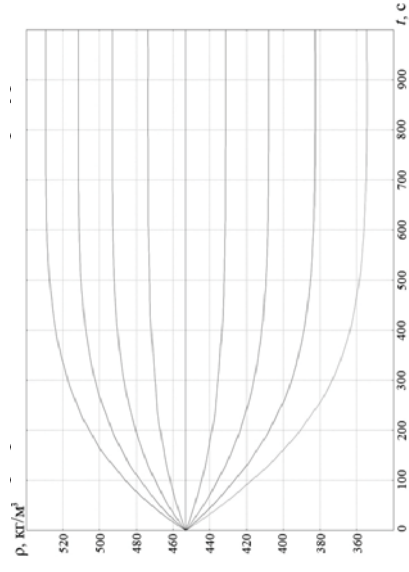


Рис. 14. Изменение плотности потока на выходе из печи при различных значениях температуры

4. На основе численного анализа математических моделей тепломассообменных процессов статических и динамических режимов работы технологических печей установлены взаимозависимости рассматриваемых параметров управления, которые позволяют разрабатывать режимы работы технологического оборудования уже на стадии проектирования или создавать максимально приближенные к реальным данным программы автоматического управления промышленными комплексами.

5. Определено влияние концентрации капель жидкого топлива на скорость распространения пламени на начальной стадии процесса. Наилучшие параметры горения имеют капли диаметром 1 мм, причем по скорости горения для этих капель наблюдается локальный максимум. При численном моделировании установлено, что по мере увеличения концентрации капель этого размера скорость распространения пламени уменьшается при  $x < 9\%$  и несколько возрастает при более высоких  $x$ . При очень малых и очень больших концентрациях горючего влияние размера капель, по существу, отсутствует.

6. На основе анализа нестационарных режимов в системах контроля и управления распределенными процессами найдены критерии оптимального управления теплотехнологическими процессами в трубчатых печах, что позволяет выбирать оптимальные режимы работы уже на стадии проектирования оборудования.

#### Список литературы

- [1] Скобло А.И., Трегубова И.А., Молоканов Ю.К. Процессы и аппараты нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. М.: Химия, 1982. 584 с.
- [2] Платонов В.М., Берго Б.Т. Разделение многокомпонентных смесей. М.: Химия, 1965. 247 с.
- [3] Демиденко Н.Д. Моделирование и оптимизация тепломассообменных процессов в химической технологии. М.: Наука, 1991. 240 с.
- [4] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В. Моделирование и оптимизация технических систем с распределенными параметрами: учеб. пособие для вузов. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. 210 с.
- [5] Ахмедов Р.Б., Цирульников Л.М. Технология сжигания горючих газов и жидких топлив. – Л.: Наука, 1984. 283 с.
- [6] Лавров Н.В., Розенфельд Э.И., Хаустович Г.П. Процессы горения топлива и защита окружающей среды. М.: Metallurgy, 1981. 240 с.
- [7] Кулагина Л.В. Автореферат дис. ... канд. техн. наук. Красноярск, 2009. 22 с.
- [8] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2006. № 3. С. 89.
- [9] Demidenko, N.D., Kulagina L.V. // Chemical and Petroleum engineering. 2006. Vol. 42. № 34. P. 128-130.
- [10] Demidenko, N.D., Kulagina L.V. // Chemical and Petroleum engineering. 2007. Vol. 43. № 34. P. 128-130.
- [11] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2007. № 3. С. 25-27.
- [12] Демиденко Н.Д. Управляемые распределенные системы. Новосибирск: Наука, 1999. 392 с.

- [13] Демиденко Н.Д., Кулагин В.А., Шокин Ю.И. Моделирование и вычислительные технологии распределенных систем: монография. Новосибирск: Наука, 2012. 424 с.
- [14] Демиденко Н.Д., Потапов В.И., Шокин Ю.И. Моделирование и оптимизация систем с распределенными параметрами. Новосибирск: Наука, 2006. 551 с.
- [15] Демиденко Н.Д., Ушатинская Н.П. Моделирование, распределенный контроль и управление процессами ректификации. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1978. 285 с.
- [16] Демиденко Н.Д. Управляемые распределенные системы. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние. 1999. 393 с.
- [17] Демиденко Н.Д. Моделирование и оптимизация тепломассообменных процессов в химической технологии. М.: Наука. 1991. 240 с.
- [18] Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Новосибирск: Наука, 1973. 352 с.
- [19] Лурье К.А. Оптимальные управления в задачах математической физики. М.: Наука, 1975. 478 с.
- [20] Кафаров В.В., Ветехин В.Н. Основы построения операционных систем в химической технологии. М.: Наука, 1980. 430 с.
- [21] Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. М.: Наука, 1976. 500 с.
- [22] Кафаров В.В. Основы массопередачи. М.: Высш. шк., 1979. 439 с.
- [23] Кафаров В.В., Ветехин В.Н. Основы автоматизированного проектирования химических производств. М.: Наука. 1987. 624 с.
- [24] Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 480 с.
- [25] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В. // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies 1 (2014 7) 54-62.
- [26] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В., Мельник И.Н. // Вестник СибГАУ. 2006. № 2 С. 89-92.
- [27] Demidenko, N.D., Kulagina L.V. // Ciepłne Maszyny Przepływowe. Turbomachinery. № 128. Lodz: Academicke Centrum Graficzno-Marke-tingowe. 2005. P. 138-146.
- [28] Демиденко, Н.Д., Кулагина Л.В. // Химическая техника. 2006. № 7. С. 35-37.



## **Researching of Heat and Mass Transfer Processes in Technological Furnaces**

**Ludmila V. Kulagina**

*Siberian Federal University,  
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia*

---

*Research outcomes by analysis methods of non-stationary processes for objects with distributed parameters and application in industry of highly efficient methods and means for optimal control in systems and modes of simulation in chemical engineering installations on an example of technological furnaces.*

*Keywords: mathematical simulation, systems with distributed parameters, heat and mass transfer, numerical method.*

---