Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies 2 (2012 5) 205-219
~ ~ ~

УДК 621.372.83.001.24

Анализ динамического состояния волноводно-распределительных систем от воздействия вибрационных нагрузок на этапе вывода космического аппарата на орбиту

П.Н. Сильченко[а]*,
И.В. Кудрявцев[а], М.М. Михнёв[б],
В.И. Халиманович[б], В.Н. Наговицин[б]
[а] Сибирский федеральный университет
Россия 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79
[б] ОАО «Информационные спутниковые системы им. М.Ф. Решетнёва»
Россия 662972, Красноярский край, Железногорск, ул. Ленина, 52 [1]

Received 4.04.2012, received in revised form 11.04.2012, accepted 18.04.2012

Рассматривается проблемный вопрос исследования и обеспечения требуемого динамического напряженно-деформированного состояния волноводно-распределительных систем от воздействия вибрационных нагрузок на этапе вывода космических аппаратов связи на орбиту. Разработаны методы анализа динамического состояния применительно к любым конструктивным особенностям волноводно-распределительным систем космических аппаратов связи, реализованные в созданном программном обеспечении.

Ключевые слова: космический аппарат, волноводно-распределительная система, тонкостенные элементы, динамика, метод расчета, собственные частоты, анализ вынужденных колебаний, амплитудно-частотная характеристика, модальный анализ, прочность, напряженно-деформированное состояние, программное обеспечение.

Введение

Весь космический аппарат (КА) в процессе вывода на орбиту ракетоносителем подвергается воздействию различных динамических нагрузок. Применительно к протяженным тонкостенным конструкциям волноводно-распределительных систем (ВРС) различных космических аппаратов связи эти динамические нагрузки в совокупности с воздействием монтажных статических деформационных и силовых нагрузок могут нарушать требуемые конструкционные условия динамической и статической прочности.

* Corresponding author E-mail address: PSilchenko@sfu-kras.ru
1 © Siberian Federal University. All rights reserved

Поэтому кроме соблюдения условий статической прочности при требуемых функционально-эксплуатационных параметрах ВРС в целом и отдельных элементов в частности необходимо обеспечивать условия совместной работы конструкции при действии различных сочетаний динамических, деформационных, температурных и статических нагрузок.

В работе [1] были рассмотрены конструкционные элементы, методы их расчёта и методы обеспечения их статической прочности ВРС в целом, а также разработанное программное обеспечение для реализации предлагаемых методов расчета.

Для комплексного обеспечения условий прочности и улучшенных функционально-эксплуатационных параметров отдельных элементов и ВРС в целом необходимо проведение анализа по оценке динамических свойств с получением результатов воздействия на ВРС вынужденных колебаний (силовые факторы, перемещения, напряжения, деформации, собственные частоты, формы колебаний, коэффициенты участия и др.).

1. Постановка задачи

На рис. 1 показаны примеры расчётных схем участка волноводно-распределительной системы, который жестко закреплен (рис. 1,а) и упруго связан с аппаратным блоком спутника связи. Условия статики требуют, чтобы любые перемещения в опорах крепления рассматриваемой конструкции (рис. 1,а) были равны нулю, что выражается условием $s(x,y,z) = 0$.

При выводе на орбиту космического аппарата на него будут действовать динамические нагрузки от работы двигателей ракетоносителя. Поскольку участки волноводно-распределительной системы жестко закреплены на аппаратных блоках и других конструктивных элементах КА, то опоры участков ВРС будут колебаться в соответствии с амплитудой колебаний всего космического аппарата, что эквивалентно условию нагружения опор в виде силового воздействия $F(t)$, которым моделируются вибрации от работы двигателей ракетоносителя (рис. 1,б).

В динамической расчётной схеме присоединение опор к основанию моделируется с помощью пружин конечной жесткости $K_{оп}$. Поскольку элементы, участки и ВРС в целом являются пространственной конструкцией, то указанные на рис. 1,б жесткости опор $K_{оп}$ будут включать в себя жесткости по всем направлениям в глобальной системе координат XYZ, образуя матрицу жесткости опоры $[K_{оп}]$.

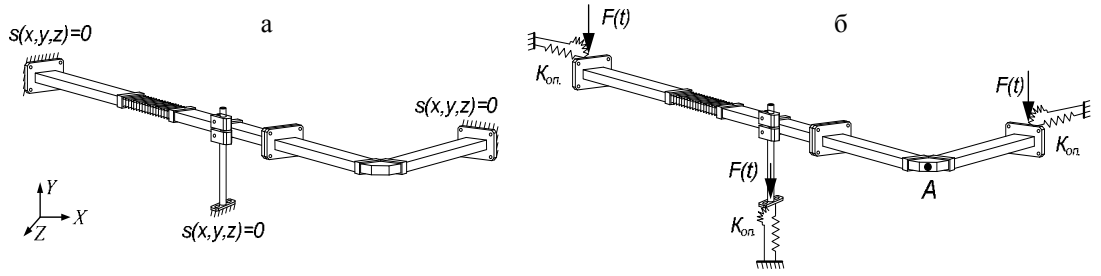

Рис. 1. Расчётные схемы статического и динамического состояний участка ВРС: а) условие статического равновесия в покое; б) динамическое воздействие на участок

В результате такого нагружения (рис. 1,б) опоры, неподвижные в условиях статики (рис. 1,а), при динамическом нагружении получат перемещения, переменные во времени:

$$s(x,y,z) = f(t).$$

Моделирование элементов, участков и волноводно-распределительных систем в целом при динамическом анализе можно осуществлять двумя способами – в виде системы с распределенными параметрами или как систему с конечным числом степеней свободы.

При первом способе задача динамического участка ВРС будет сводиться к решению систем дифференциальных уравнений [2] высокого порядка, аналитическое решение которых весьма затруднено даже при статическом анализе [1].

Второй способ имеет много общего с численным методом конечных элементов (МКЭ). В этом случае решение задачи для исследуемого реального участка конструкции ВРС с бесконечным числом степеней свободы упрощается до их ограниченного конечного количества, которое соответствует числу узлов конечно-элементной сетки в МКЭ. Для сохранения континуума конструкции ВРС все узлы взаимодействуют между собой через геометрические примитивы, которым в МКЭ соответствуют конечные элементы.

Согласно разработанным нами расчётным схемам и полученным математическим моделям [1–5] при статическом анализе напряжённо-деформированного состояния конструкция любого элемента ВРС в глобальной постановке моделируется стержневой расчётной схемой. Для обоснования возможности использования этой же модели применительно к динамическому анализу элементов, участков и ВРС в целом необходимо провести тестовые расчеты динамического поведения всех видов тонкостенных элементов и получить границы применимости такого подхода, что изложено в нашей статье.

2. Верификация стержневой модели динамическому состоянию ВРС

В работах [3, 4] рассматриваются предпосылки к проведению анализа динамического состояния тонкостенных прямых и криволинейных элементов ВРС с возможной вариацией значений всех их геометрических размеров a, b, l, h (рис. 2) и условий крепления (рис. 3).

Основными факторами, определяющими предрасположенность элементов, участков и ВРС в целом к тому или иному динамическому поведению, являются их геометрические параметры, условия закрепления, жёсткости и др. Варьирование геометрическими параметрами поперечных сечений принималось в пределах ряда типоразмеров $a \times b$ таким образом, что при $b > a$, $b / a \approx 2...4$. При этом длина элемента изменялась $l = (1...100)b$, а толщина стенки h принималась такой, чтобы $h = (0,02...0,13)\ a$, что соответствует той области, в которой находятся реальные проектно-конструктивные размеры элементов ВРС конкретных КА.

Для основных комбинаций схем закрепления (рис. 3) проводили комплексный анализ динамического состояния с целью обоснования возможности использования при динамическом анализе тонкостенных элементов, участков с этими элементами и ВРС в целом с этими участками как их стержневой модели. Проведены тестовые расчеты динамического поведения всех видов тонкостенных элементов с вышеуказанной вариативностью размеров и условий закрепления. Динамическое поведение элементов оценивали по набору их нескольких первых собственных

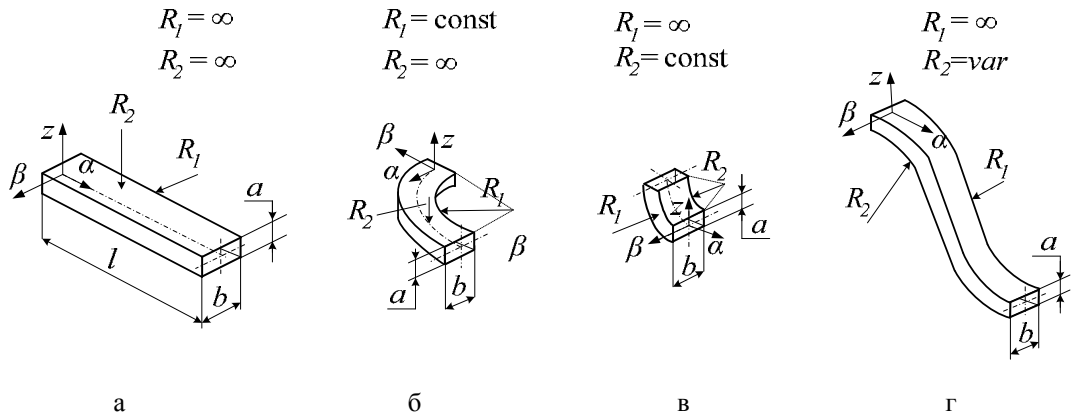

Рис. 2. Схемы тонкостенных элементов волноводно-распределительной системы: а – прямой элемент; б, в – криволинейные элементы с постоянным радиусом кривизны; г – криволинейный элемент с переменным радиусом кривизны

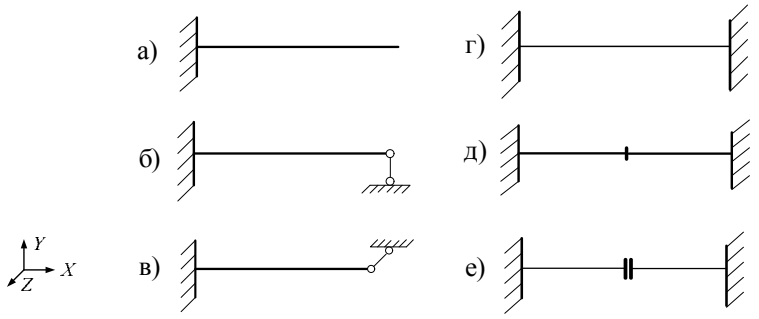

Рис. 3. Схемы закрепления элементов волноводно-распределительной системы: а) консольная заделка; б,в) заделка с шарнирным опиранием в разных плоскостях глобальной системы координат; г) жесткая заделка с двух сторон; д) жесткая заделка с муфтовым соединением по центру; е) жесткая заделка с фланцевым соединением по центру

частот, форм колебаний и распределению по осям глобальной системы координат эффективных масс, которые определяли в ходе выполнения модального анализа.

Основное внимание уделяли первой (низшей) собственной частоте колебаний, при которой согласно полученным результатам наблюдаются наибольшие значения эффективной массы для элементов ВРС и, следовательно, эта частота является наиболее значимой [4].

Расчет выполняли методом конечных элементов в ППП Ansys и Nastran с вариативностью количества и типов конечных элементов (плоских и объемных, с линейной и квадратичной аппроксимирующей функцией формы). Полученные результаты расчета позволили оценить динамическое поведение прямого элемента.

Результаты расчетов демонстрируют, что при длине элемента $l < (5 \div 6)b$ на все первые 3-5 собственных частот и форм колебаний прямого элемента в плоскостях его *max* и *min* жесткости определяющее влияние оказывают пластины, расположенные в этих плоскостях (рис. 4).

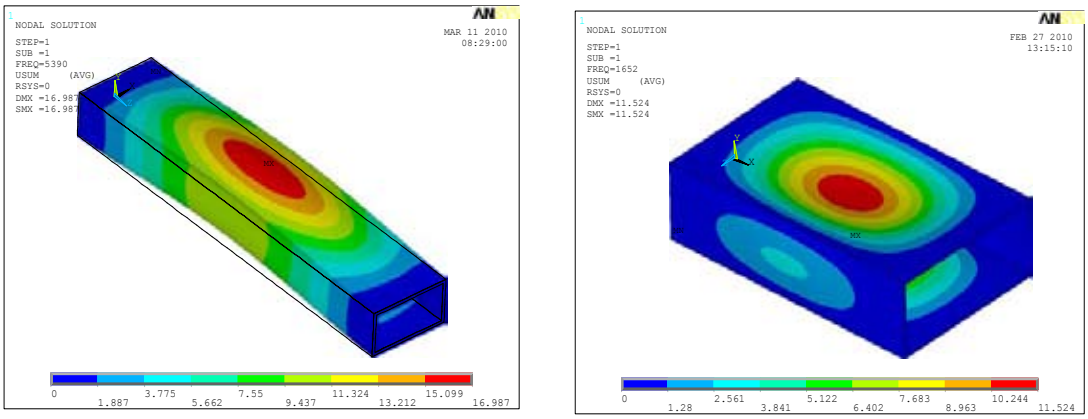

Рис. 4. Формы колебаний на первой собственной частоте в зависимости от размеров $a \times b \times l$

Если длина элемента сопоставима с характерным размером его поперечного сечения от $l \cong (a)b$ до $l \cong (5 \div 6)b$, то его динамическое состояние оказывается сильно зависящим от соотношения различных геометрических размеров элемента (толщины стенки, соотношения и размеров поперечного сечения и др.). Применяемые для моделирования компоненты (тип и форма конечного элемента, построение КЭ-сетки и др.) и иные параметры исследуемого прямого элемента также влияют на его динамическое состояние.

Однако при больших длинах прямого элемента:

$$l > (5 \div 6)b \text{ и } h \geq 0{,}1a \tag{1}$$

его динамическое состояние подобно динамическому поведению стержня с эквивалентными упруго-жесткостными характеристиками.

По полученным результатам для размеров поперечного сечения (35x15) были построены зависимости, наглядно подтверждающие выполнение условия (1). Например, на рис. 5 показано, что при увеличении длины l прямого элемента для различных вариантов закрепления (рис. 3), рассматриваемого в виде твердотельной и стержневой конструкции, относительная погрешность определения его первой собственной частоты колебаний асимптотически стремится к нулю.

Аналогичным образом было проведено исследование динамических параметров криволинейных элементов ВРС (рис. 2, б-г) при изменении всех его размеров и условий закрепления (рис. 3). Результаты также показали возможность моделирования криволинейных элементов эквивалентными изогнутыми стержнями при выполнении условия (1). Поскольку большинство криволинейных элементов имеют относительно большие радиусы кривизны и, следовательно, длины дуг, то это условие выполняется (где l – длина дуги).

Таким образом, результаты исследования показывают, что при выполнении условия (1) поведение тонкостенных прямых и криволинейных элементов практически не отличается от динамического состояния стержня с эквивалентными характеристиками. В случае расчета коротких элементов и участков, для которых выполняется условие (1), необходимо использовать твердотельное моделирование, например, на основе ППП Ansys, Nastran и др.

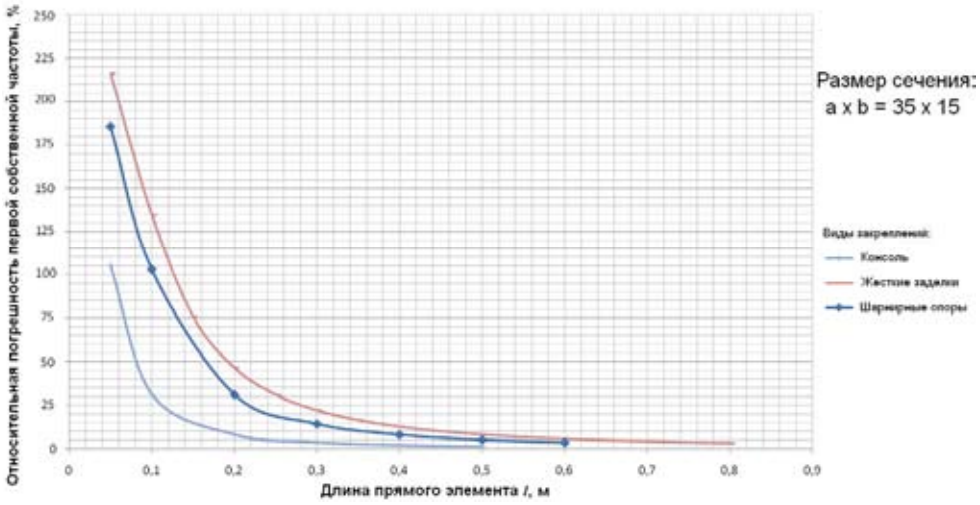

Рис. 5. Относительная погрешность значений первой собственной частоты

На практике большинство встречающихся участков ВРС удовлетворяет условию (1), что позволяет использовать разработанную ранее [1] стержневую модель участков ВРС и для проведения их динамического анализа.

Муфты и фланцы, которые не учитывались в статическом решении [1], при динамическом анализе играют весьма значимую роль в инерции движения масс и их неучет приводит к большим погрешностям решения. Поэтому в динамическом анализе стержневой модели участков ВРС все соединительные элементы (муфты и фланцы) учитываются в виде сосредоточенных масс, эквивалентных этим муфтам и фланцам.

При выполнении модального анализа тонкостенных элементов ВРС исследовано влияние настроек конечно-элементного решения и выявлено, что увеличение числа объемных элементов в 12,5 раза (с 5 730 до 71 172) приводит к разнице в результатах ~2-3 %, что служит несущественным уточнением.

Сравнение результатов расчетов для различных плоских (shell, plane) и объемных (tetrahedral, brick, prism) конечных элементов показывает, что при использовании в модальном анализе плоских элементов происходит незначительное (~1-3%) изменение результатов расчета при значительно меньшем их количестве и, следовательно, меньших затратах ресурсов ЭВМ. Изменение порядка аппроксимирующей функции формы конечного элемента с линейной на квадратичную также приводит к несущественному (~2-3 %) уточнению результатов.

Следовательно, при выполнении модального анализа тонкостенных элементов, участков и ВРС в целом допустимо использование плоских конечных элементов, но необходимо проводить оценку точности получаемых результатов в зависимости от типов применяемых при моделировании КЭ и их количества.

3. Динамический анализ

Система дифференциальных уравнений динамического равновесия стержневой конструкции ВРС будет иметь вид [6]

$$[M]\left\{\ddot{X}\right\}+[C]\left\{\dot{X}\right\}+[K]\{X\}=\{F(t)\}, \tag{2}$$

где $\{X\}$, $\left\{\ddot{X}\right\}$, $\left\{\dot{X}\right\}$ – векторы перемещений, скоростей и ускорений всех узлов конечно-элементных стержней; $[M]$, $[C]$, $[K]$ – соответственно, матрицы масс, демпфирования и жесткости всей стержневой конструкции; $\{F(t)\}$ – вектор переменных внешних нагрузок, зависящий от времени.

Матрица жесткости $[K]$ и матрица масс $[M]$ для всей стержневой конструкции строится путем суммирования матриц жесткости и масс соответственно по отдельным конечно-элементным стержням, а также опорам крепления с учетом их узлового взаимодействия.

Матрица жесткости отдельного стержня $[K_i]$ построена на основе теории балок С.П. Тимошенко с учетом сдвиговых деформаций [7], а в качестве матрицы масс $[M_i]$ принята уточненная совместная матрица масс, учитывающая взаимовлияние поперечных и крутильных форм колебаний [8].

Жесткость каждой опоры для стержневой конструкции учитывается в виде матрицы жесткости опоры $[K_{оп}]$, которая после умножения на матрицу перехода $[A]$ суммируется с матрицей жесткости $[K]$ всей стержневой конструкции.

Матрица демпфирования $[C]$ моделирует диссипацию энергии в конструкции, которая приводит к затуханию колебаний. Точное моделирование рассеивания энергии имеет весьма сложную нелинейную формулировку и может быть функцией от перемещения, скорости, напряжений, температуры и других факторов [9]. На практике применяют различные типы упрощенных линейных моделей демпфирования, обеспечивающих необходимую аппроксимацию. Наиболее распространёнными являются модели на основе учёта демпфирования как вязкого, фрикционного (Кулона), гистерезисного и др.

Вынужденные колебания волноводно-распределительной системы космического аппарата возникают на этапе вывода его на орбиту. Следовательно, колебания начинают происходить в атмосфере Земли, а заканчиваются уже на заданной орбите, т.е. в вакууме. Демпфирование колебаний конструкции в среде жидкости или газа называют инерциальным, а затухание, обусловленное конструктивными особенностями ВРС, – конструкционным демпфированием. Для корректного моделирования демпфирующих сил необходимо на начальном периоде этапа вывода КА на орбиту учесть как инерциальное, так и конструкционное демпфирование. При рассмотрении конечного этапа вывода спутника на орбиту, когда колебания происходят в вакуумной среде, инерциальным демпфированием можно пренебречь и учитывать только конструкционное.

Инерциальное и конструкционное демпфирования составляют основу вязкого демпфирования, поэтому для моделирования затуханий в конструкции волноводно-распределительной системы и, следовательно, построения для нее матрицы демпфирования $[C]$ следует пользоваться вязкой моделью.

Наиболее общей и распространенной формой вязкого демпфирования служит демпфирование Рэлея [9], задаваемое для системы с n степенями свободы уравнением

$$[C]=\alpha[M]+\beta[K]. \tag{3}$$

Коэффициент α в модели вязкого демпфирования системы определяет долю участия инерционного демпфирования, которое соответствует рассеянию энергии при движении рассматриваемой конструкции как твердого целого в вязкой среде жидкости или газа и носит название α-демпфирования.

Коэффициент β определяет в общем демпфировании системы долю конструкционного демпфирования, которое происходит в самом материале конструкции, зависит от его свойств, размеров, конфигурации и других конструкционных особенностей и называется β-демпфированием.

Коэффициенты α и β для рассматриваемой конструкции, как правило, неизвестные величины. Однако на основе справочных или экспериментально полученных данных всегда возможно определить величину коэффициента затухания ζ, через который коэффициенты α и β будут иметь вид

$$\alpha = 2\omega\zeta\,, \tag{4}$$

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega}\,, \tag{5}$$

где ω – круговая собственная частота, $с^{-1}$.

Как следует из выражений (4) и (5), коэффициент α прямо пропорционален ω, а параметр β – обратно пропорционален собственной частоте колебаний ω. Поэтому при учете только α-демпфирования низкие частоты затухают меньше, а высокие – больше. При одном только β-демпфировании ситуация меняется на обратную: низкие частоты демпфируются сильнее, а более высокие – слабее.

При анализе вынужденных колебаний коэффициенты α и β обычно рассчитываются только для одного значения частоты ω, в качестве которой необходимо выбирать преобладающую (или *опасную* для рассчитываемого случая) частоту колебаний исследуемой системы. В случаях, когда выбор преобладающей частоты затруднителен, необходимо принудительно задать постоянное затухание в некотором диапазоне частот $\omega_1 \div \omega_2$. В этом случае, если рассмотреть поведение графиков функций α=α(ω) и β=β(ω), можно увидеть, что сумма этих функций почти постоянна в области частот вблизи точки их пересечения (рис. 6).

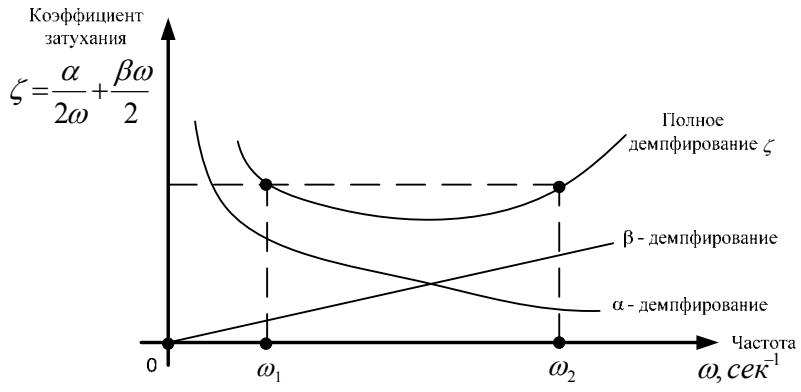

Рис. 6. Графики функций влияния α- и β-демпфирования на коэффициент затухания ζ

Следовательно, для заданного в диапазоне частот $\omega_1 \div \omega_2$ значения коэффициента затухания ζ имеется возможность получить значения α и β как результат решения системы линейных алгебраических уравнений для функции $\zeta = f(\omega)$:

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= \frac{\alpha}{2\,\omega_1} + \frac{\beta\,\omega_1}{2}; \\ \zeta &= \frac{\alpha}{2\,\omega_2} + \frac{\beta\,\omega_2}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Решение системы (6):

$$\alpha = \frac{2\,\zeta\omega_1\,\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \text{ и } \beta = \frac{2\,\zeta}{\omega_1 + \omega_2}.$$

В разработанном программном обеспечении расчет матрицы демпфирования $[C]$ выполняется как через коэффициент затухания ζ в требуемом диапазоне частот $\omega_1 \div \omega_2$, так и при непосредственном задании постоянных величин коэффициентов α и β.

Модальный анализ

Основной и первой задачей динамики является исследование динамических свойств отдельных конструктивных элементов и конструкции ВРС в целом, в частности влияние жесткости на собственные частоты и формы свободных колебаний, а также проведение модального анализа конструкции с определением величин модальных масс.

В модальном анализе исследуется поведение конструкции ВРС при её свободных колебаниях, следовательно, в уравнении (2) вектор внешних нагрузок $\{F\}$ будет нулевым. Степень влияния демпфирования на свободные колебания конструкции незначительна (менее 1-2 %) [6, 9], поэтому в модальном анализе матрица демпфирования $[C]$ принимается также равной нулю.

В результате задача модального анализа конструкции ВРС сводится к решению уравнения (2) в упрощенном виде:

$$[M]\left\{\ddot{X}\right\} + [K]\{X\} = 0\,. \tag{7}$$

Основным видом свободных колебаний конструкции ВРС считаются гармонические колебания, которые при модальном анализе и определяют поведение отдельных элементов, участков и ВРС в целом. Гармонические колебания представляются в виде

$$\{X\} = x_i \cdot \sin(w_i t), \tag{8}$$

где x_i – амплитуда колебаний рассматриваемой точки конструкции; ω_i – собственная круговая частота свободных колебаний.

Подставляя (8) в уравнение (7), получим выражение:

$$\left(-\,\omega_i^2[M] + [K]\right)\{X\}_i = 0\,. \tag{9}$$

Конструктивные элементы ВРС являются цельными и неразрывными, следовательно, все узловые точки конечных элементов, образующих рассматриваемую конструкцию, относительно координатных осей XYZ имеют нулевые перемещения, и компоненты вектора деформаций равны нулю $\{X\}_i = 0$.

В результате выражение (9) принимает вид

$$-\omega_i^2[M]+[K]=0. \tag{10}$$

Решение уравнения (10) – известная математическая задача на собственные значения, где квадраты круговых частот ω_i^2 и определяют собственные колебания.

Векторы $\{X\}_i$, соответствующие собственным значениям ω_i^2, представляют собой собственные векторы системы (10) и определяют форму колебаний исследуемой конструкции.

Решение системы (5) автоматизировано и выполняется в разработанной программе [1] методом половинного деления в сочетании с методом обратных итераций [10].

Полученные вектора собственных колебаний $\{X\}_i$ не являются однозначно определенными (уникальными), поскольку при их расчете не учитывались начальные условия колебаний и, следовательно, они не определены с точностью до множителя.

Для исключения этой неопределенности в модальном анализе используют различные типы нормирования всех полученных векторов собственных колебаний. Наиболее распространено нормирование векторов собственных колебаний по отношению к матрице масс [4, 9] из условия

$$\{X\}_i^T[M]\{X\}_i=[I], \tag{11}$$

что позволяет не только избавиться от ложных форм колебаний, но и рассчитать такие важные модальные параметры, как коэффициенты участия, распределение модальных масс и др.

На рисунке 7 представлен пример выполнения модального анализа участка (см. рис. 1) по разработанной нами программе. Показана вторая форма колебаний этого участка ВРС.

Незначительные искажения плавности формы колебаний в местах соединения изогнутого элемента с прямыми элементами объясняются наличием в этих местах соединительных муфт большой жесткости, которые на рис. 7 не показаны.

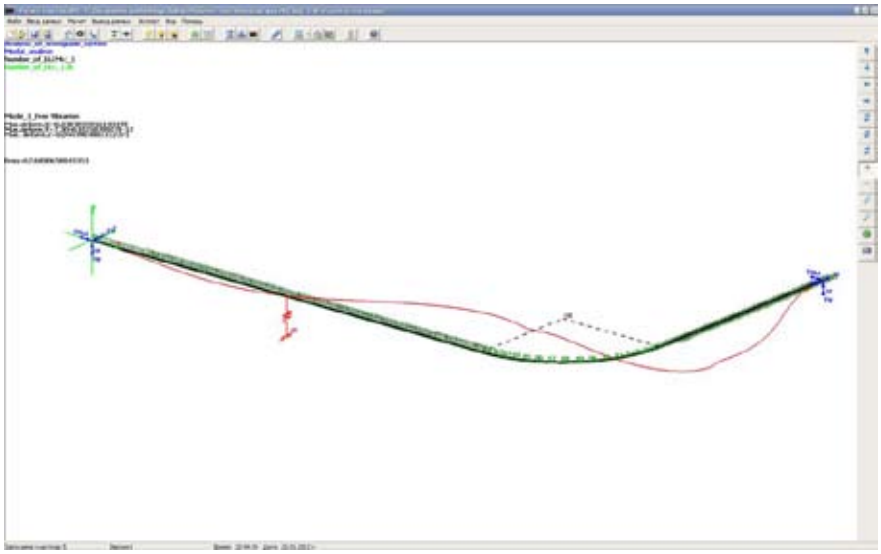

Рис. 7. Вторая форма колебаний участка ВРС

Сравнение результатов модального анализа, выполненного по разработанной программе, с результатами расчетов в ППП Ansys и Nastran демонстрирует хорошую сходимость, отличие значений составляет не более 2-3 %.

Анализ вынужденных колебаний

Для анализа вынужденных колебаний необходимо рассчитать отклик всех рассматриваемых элементов и участков ВРС на внешние силовые динамические воздействия.

Воспользуемся уравнением (2), где задаётся выражение для вектора внешних сил $\{F(t)\}$, которым для элементов и участков ВРС на этапе вывода космического аппарата на орбиту и моделируются вибрации от работы двигателей ракетоносителя. По результатам экспериментальных исследований достаточную и удовлетворительную аппроксимацию вибрационных воздействий ракетоносителя на космический аппарат можно представить периодической гармонической функцией в виде

$$\{F(t)\} = \{F_0\} \cdot sin(\omega t). \tag{12}$$

В результате уравнение (2) примет вид

$$[M]\left\{\ddot{X}\right\} + [C]\left\{\dot{X}\right\} + [K]\{X\} = \{F(t)\}. \tag{13}$$

При таком нагружении происходят установившиеся колебания по гармоническому закону и все точки конструкции двигаются с одной и той же частотой, но с некоторыми сдвигами по фазе. Причиной возникновения этого сдвига по фазе служит наличие демпфирования в отдельных элементах и конструкции ВРС в целом, которое учитывается матрицей $[C]$.

Для решения дифференциальных уравнений системы (13) используем комплексный метод, а вектор перемещений $\{X\}$ представим в виде

$$\{X\} = \left\{X_{max} e^{i\varphi}\right\} \cdot e^{i\omega t}, \tag{14}$$

где X_{max} – амплитуда перемещений; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; ω – круговая собственная частота, сек$^{-1}$; t – время; φ – сдвиг фаз для перемещений (в радианах).

С учетом обозначений комплексных вычислений уравнение (14) будет иметь вид

$$\{X\} = \{X_{max}(cos\varphi + i \cdot sin\varphi)\} \cdot e^{i\omega t} \tag{15}$$

или

$$\{X\} = (\{X_1\} + i\{X_2\}) \cdot e^{i\omega t}, \tag{16}$$

где $\{X_1\} = \{X_{max} cos\varphi\}$ – действительная, а $\{X_2\} = \{X_{max} sin\varphi\}$ – мнимая часть вектора перемещений.

Вектор сил $\{F(t)\}$ определяется аналогично вектору перемещений:

$$\begin{aligned}\{F(t)\} &= \left\{F_{max} e^{i\psi}\right\} \cdot e^{i\omega t} = \{F_{max}(cos\,\psi + i \cdot sin\,\psi)\} \cdot e^{i\omega t} = \\ &= (\{F_1\} + i\{F_2\}) \cdot e^{i\omega t},\end{aligned} \tag{17}$$

где F_{max} – амплитуда сил, ψ – сдвиг фаз для сил (в радианах); $\{F_1\} = \{F_{max} cos\psi\}$ – действительная часть вектора сил; $\{F_2\} = \{F_{max} sin\psi\}$ – мнимая часть вектора сил.

Подставляя (16) и (17) в (13), получим:

$$\left(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\right)\left(\{X_1\} + i\{X_2\}\right)\cdot e^{i\omega t} = \left(\{F_1\} + i\{F_2\}\right)\cdot e^{i\omega t}. \quad (18)$$

Так как зависимость от времени ($e^{i\omega t}$) одинакова для обеих частей уравнения, то уравнение (18) примет вид

$$\left(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\right)\cdot\left(\{X_1\} + i\{X_2\}\right) = \{F_1\} + i\{F_2\}. \quad (19)$$

Существуют несколько методов решения уравнений (19). Полный, сокращенный, метод суперпозиции мод и др. [8]. С учетом специфики расчета стержневых конструкций и требований к точности расчетов для решения системы (19) использовался полный метод.

Уравнение (19) представляется в виде комплексной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается для набора рассматриваемых частот ω:

$$[K_C]\{X_C\} = \{F_C\}, \quad (20)$$

где $[K_C] = -\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]$ – комплексная жесткость; $\{X_C\} = \{X_1\} + i\{X_2\}$ – комплексный вектор перемещений; $\{F_C\} = \{F_1\} + i\{F_2\}$ – комплексный вектор внешних сил.

Для решения комплексной СЛАУ (20) используют те же способы решения, что и для решения вещественных СЛАУ, но с учетом комплексной арифметики [10].

В результате решения комплексной СЛАУ (20) для каждой рассматриваемой и исследуемой частоты ω получаем вектор комплексных перемещений $\{X_C\}$, на основе компонентов которого $\{X_1\}$ и $\{X_2\}$ согласно выражению (16) определяем вектор полных перемещений $\{X\}$, на основе которого можно определять требуемые силовые факторы, действующие в рассматриваемых точках или зонах конструкции элементов, участков или ВРС в целом.

Используя предлагаемый метод и разработанное согласно этому методу программное обеспечение исследовано динамическое состояние участка ВРС (рис. 1), в частности, построены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) различных силовых и деформационных факторов: перемещений, внутренних усилий, напряжений и др.

Для примера на рис. 8 показана зависимость перемещений [*м*] точки *A* рассматриваемого участка ВРС (см. рис. 1,б) в зависимости от частоты $f = \frac{\omega}{2\pi}$ [*Гц*] воздействия внешних сил, определяемых вектором $\{F(t)\}$ (12).

Результаты показывают, что при частоте $f_1 = \sim 100$ Гц возникает резкое увеличение амплитуды колебаний, свидетельствующее о резонансе на первой собственной частоте колебаний конструкции участка ВРС. Второй резонанс происходит на частоте $f_2 = \sim 600$ Гц, и его амплитуда значительно ниже, чем на первой частоте $f_1 = \sim 100$ Гц, что подтверждает результаты, полученные при верификации стержневой модели. Увеличение амплитуд колебаний на первой (низшей) частоте собственных колебаний участка ВРС свидетельствует о большой величине эффективной массы за счет муфт и фланцевых соединений, находящихся в этом месте. Сле-

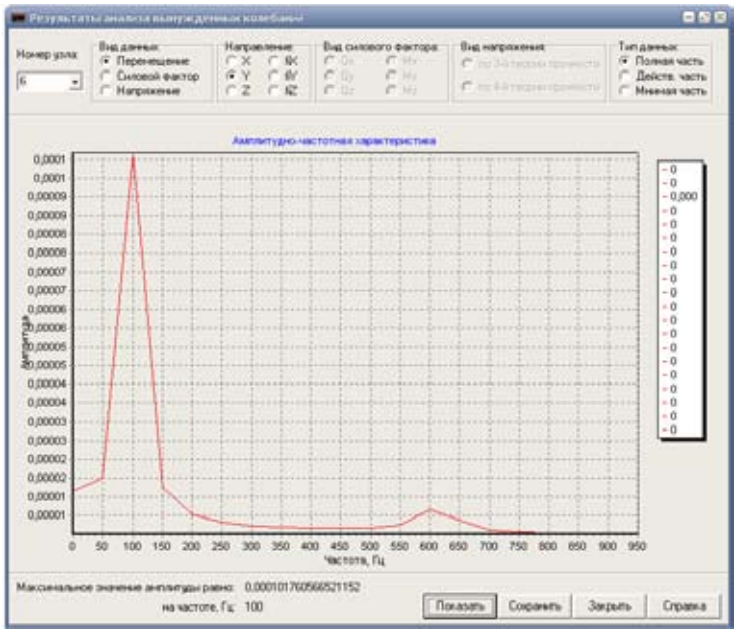

Рис. 8. Пример результатов анализа (АЧХ) вынужденных колебаний участка ВРС

довательно, первая собственная частота колебаний рассматриваемого участка ВРС будет наиболее опасной.

Полученные результаты расчетов свидетельствуют о недостаточной жесткости конструкции участка ВРС, поскольку согласно принятым требованиям [5] первая собственная частота колебаний f_1 не должна быть ниже 250 [*Гц*]. Результаты расчетов хорошо согласуются с результатами экспериментальных данных. Полученные частоты при экспериментах: $f_1 = 96{,}7$ [*Гц*], вторая $f_1 = 582{,}1$ [*Гц*].

Заключение

Разработаны способы и методы анализа с оценкой динамического состояния отдельных элементов, участков и волноводно-распределительных систем в целом от воздействия вибрационных нагрузок на этапе вывода космических аппаратов связи на орбиту. Результаты реализованы в программном обеспечении, которое позволяет в зависимости от любых конструктивных особенностей определять собственные и вынужденные частоты и проводить модальный анализ, получать амплитудно-частотные характеристики различных силовых и деформационных факторов (перемещений, внутренних усилий, напряжений и др.) при любых уровнях колебательных процессов, возникающих при выводе космических аппаратов связи на орбиту.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что спроектированные согласно разработанным методикам расчета участки ВРС имеют улучшенные на 15-20 % функционально-эксплуатационные и радиотехнические характеристики. В частности, использование разработанных методик позволило обосновать снижение толщины стенки элементов ВРС с 1,2 до 0,6 мм с выполнением условий их прочности и жесткости, что снижает массу ВРС на 20-30 %.

Разработанные методики динамического анализа и программы расчета использованы в ОАО «Информационные спутниковые системы имени академика М. Ф. Решетнёва» для обоснования конструктивного исполнения участков волноводно-распределительных систем применительно к космическим аппаратам серий «Экспресс», «Глонасс», «Луч-5А» и др.

Работа выполнена по результатам НИР №20116, ГР №01200906434, г. Красноярск, 2011.

Список литературы

[1] *Сильченко П.Н., Михнев М.М., Кудрявцев И.В. и др.* // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 1. С. 112 – 117.

[2] *Сильченко П.Н., Михнев М.М., Кудрявцев И.В. и др.* // Труды междунар. конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль, 2010. С. 172.

[3] *Сильченко П.Н., Михнев М.М., Кудрявцев И.В. и др.* // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Труды XVIII междунар. конф. Т.1. Москва, 2012. С. 70.

[4] *Сильченко П.Н., Михнев М.М., Кудрявцев И.В. и др.* // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Труды 7-й Всерос. конф. Томск, 2011. С. 167.

[5] *Сильченко П.Н., Михнев М.М., Кудрявцев И.В. и др.* // Заключительный отчет о НИР 20116 ПИ СФУ; рук. П. Н. Сильченко. Красноярск, 2011. 239 с. № ГР 01.2.00304354.

[6] *Челомей В.Н.* и др. Вибрации в технике. Т. 1-6. М.: Машиностроение, 1981 г.

[7] *Przemieniecki J.S.* // McGraw-Hill, New York. 2012. P. 480.

[8] *Yokoyama T.* // Journal of Sound and Vibration. 1990. Vol. 141. № 2. PP. 245-258.

[9] *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний: пер. с англ. М.: Мир, 1988. 448 с.

[10] *Ray E. Clough.* // McGraw-Hill, 3th ed. New York, 1995. P. 752.

Dynamic State Analysis of Waveguide Distribution Systems from Vibration Loads Effects While Launching Spacecraft Into the Orbit

Petr N. Silchenko[a], Ilya V. Kudryavcev[a], Mikhail M. Mikhnev[b], Vladimir I. Khalimanovich[b] and Vasiliy N. Nagovitsin[b]

[a] *Siberian Federal University, 79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041 Russia*

[b] *JSC "Information Satellite Systems" Reshetnev Company" 52 Lenin Str., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972 Russia*

The problem question of research and providing the demanded dynamic stress state and deformed conditions of waveguide-distributive systems from influence of vibrating loadings at a stage of a conclusion of communication satellite into an orbit is considered. Methods of the analysis of a dynamic condition with reference to any design features waveguide-distributive systems of communication satellite realized in the created software are developed.

Keywords: communication satellite, waveguide distributive system, thin-walled elements, dynamics, a calculation method, natural frequency, harmonic response analysis, peak and frequency characteristic, modal analysis, strength, stress state, software.